

Подписной индекс журнала по каталогу Агентства «Роспечать»
«Издания органов научно-технической информации» – 64291



ФГБУ «Гидрометеорологический научно-исследовательский центр
Российской Федерации»

Выпуск 355 ТРУДЫ ГИДРОМЕТЦЕНТРА РОССИИ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ

Федеральная служба
по гидрометеорологии
и мониторингу
окружающей среды



ТРУДЫ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ISSN 0371 – 7089

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ И МОНИТОРИНГУ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Федеральное государственное бюджетное учреждение
"ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ"

Гидрометеорологические прогнозы
ТРУДЫ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО НАУЧНО-
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Специальный выпуск
355

С.В. Борщ, А.В. Христофоров

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПРОГНОЗОВ
РЕЧНОГО СТОКА

Москва, 2015

Редакционная коллегия

д-р техн. наук Р.М. ВИЛЬФАНД (главный редактор);
д-р геогр. наук А.А. ВАСИЛЬЕВ (зам. главного редактора);
д-р геогр. наук В.М. ХАН (ответственный секретарь);
д-р техн. наук М.В. БОЛГОВ; канд. геогр. наук С.В. БОРЩ;
д-р физ.-мат. наук П.П. ВАСИЛЬЕВ; канд. техн. наук Л.Р. ВАРДАНЯН;
д-р физ.-мат. наук Л.Р. ДМИТРИЕВА; д-р геогр. наук Н.А. ЗАЙЦЕВА;
д-р физ.-мат. наук А.Р. ИВАНОВА; д-р геогр. наук А.Д. КЛЕЩЕНКО;
д-р геогр. наук И.Н. КУЗНЕЦОВА; д-р физ.-мат. наук В.Ф. МАРТАЗИНОВА;
д-р физ.-мат. наук А.В. МУРАВЬЕВ; д-р геогр. наук Е.С. НЕСТЕРОВ;
д-р геогр. наук А.Н. ПОЛЕВОЙ; член-корр. НАН Украины А.Б. ПОЛОНСКИЙ;
д-р физ.-мат. наук Г.С. РИВИН; д-р физ.-мат. наук Ю.Д. РЕСНЯНСКИЙ;
акад. РАН А.С. САРКИСЯН; канд. геогр. наук А.И. СТРАШНАЯ;
д-р физ.-мат. наук М.А. ТОЛСТЫХ; д-р физ.-мат. наук Н.П. ШАКИНА

Рецензент:

доктор географических наук, профессор Д.А. Бураков

Предлагаются рекомендации по оценке оправдываемости и эффективности долгосрочных, среднесрочных и краткосрочных прогнозов характеристик речного стока и притока воды в водохранилища, а также рекомендации по построению, проверке и оценке эффективности прогнозов, выпускаемых в вероятностной форме. Они основаны на использовании современных достижений в области статистического анализа гидрометеорологической информации. Их использование позволяет получать объективную оценку качества методов прогнозирования речного стока, выбирать из них оптимальные варианты и намечать пути их дальнейшего совершенствования.

Рекомендации направлены на повышение эффективности и качества планирования водохозяйственных мероприятий и осуществления оперативных решений по защите от опасных проявлений водного режима рек и использованию водных ресурсов.

Для специалистов в области гидрометеорологических прогнозов, гидрологии, водного хозяйства, мониторинга окружающей среды и экологии.

S.V. Borsch, A.V. Khristoforov
HYDROLOGIC FLOW FORECAST VERIFICATION

Recommendations for verification of long-, medium- and short-range river flow and reservoir inflow forecasts are presented as well as recommendations for producing and evaluating probabilistic forecasts. The recommendations were developed using the latest advances in statistical analysis of hydrometeorological information. They allow to objectively evaluate the effectiveness of flow forecasting techniques, to choose optimal forecasting methods, and to figure out the direction for their further improvement.

The recommendations aim to improve the effectiveness and quality of water management activities planning and operational decision making in water-related hazard management and water resources management.

For specialists in hydrometeorological forecasting, hydrology, water management, and environmental monitoring.

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей задачей, стоящей перед службой гидрологических прогнозов Росгидромета, является обеспечение отраслей экономики и населения страны надежными и своевременными прогнозами состояния водных объектов – рек, озер, водохранилищ с целью обеспечения гидрометеорологической безопасности страны, эффективного и безаварийного функционирования различных организаций, в первую очередь водохозяйственного комплекса. Эффективность планирования водохозяйственных мероприятий и осуществления оперативных решений по защите от опасных проявлений водного режима рек и использованию водных ресурсов в значительной степени зависит от качества учитываемых при этом гидрологических прогнозов характеристик речного стока и притока воды в водохранилища. В свою очередь, качество гидрологических прогнозов определяется их точностью и заблаговременностью. В связи с этим разработка современных объективных методов оценки качества методов гидрологического прогнозирования речного стока, применяемых в оперативной деятельности прогностических учреждений Росгидромета, представляется чрезвычайно важной как в научном, так и в практическом отношении.

Действующие в настоящее время правила оценки эффективности и качества методов краткосрочных гидрологических прогнозов были разработаны и внедрены в практику еще в начале 60-х годов прошлого века. Они изложены в части 1 раздела 3 Наставления по службе прогнозов [21]. Эти правила не учитывают современный уровень развития гидрологии, математической статистики и вычислительной техники. Этот недостаток устраняют настоящие методические рекомендации по оценке качества прогнозов речного стока.

Предлагаемые методические рекомендации отражают отечественный и зарубежный опыт гидрологического прогнозирования

и учитывают современные достижения в области статистического анализа гидрометеорологической информации. Они содержат систему методов оценки погрешности, оправдываемости и эффективности гидрологических прогнозов, выпускаемых в детерминированной и вероятностной форме. Применение этих методов позволяет получать объективную оценку качества методик прогнозирования речного стока, выбирать из них оптимальные варианты и намечать пути их дальнейшего совершенствования с учетом специфики методики прогнозирования, объема, состава и качества гидрологических и метеорологических данных, анализируемых на этапах ее разработки, проверки и оперативного применения.

Первая глава содержит анализ общих проблем, связанных с оценкой качества прогнозов речного стока.

Рекомендации по оценке качества методик долгосрочного прогнозирования речного стока излагаются во второй, третьей и четвертой главах.

Рекомендации по оценке качества методик краткосрочного прогнозирования речного стока излагаются в пятой, шестой и седьмой главах.

Среднесрочные прогнозы речного стока, выпускаемые один раз в год, рассматриваются вместе с долгосрочными прогнозами.

Среднесрочные прогнозы речного стока, выпускаемые в течение определенного периода года, рассматриваются вместе с краткосрочными прогнозами.

Рекомендации по разработке и проверке методик вероятностного прогнозирования речного стока различной заблаговременности излагаются в главах восьмой и девятой.

Настоящие рекомендации предлагается использовать в оперативной деятельности прогностических учреждений Росгидромета при разработке, проверке и оценке качества методик долгосрочного, среднесрочного и краткосрочного прогнозирования характеристик речного стока и притока воды в водохранилища.

Пользуясь случаем, авторы выражают искреннюю благодарность П.А. Беляковой и Н.М. Юминой за помощь при подготовке данной монографии.

ГЛАВА 1

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОГНОЗОВ РЕЧНОГО СТОКА

1.1. Общие положения

Многофакторность процессов формирования гидрологического режима водных объектов и значительная пространственно-временная изменчивость определяющих его гидрометеорологических факторов делают решение задач гидрологического прогнозирования весьма сложным и требующим раскрытия и адекватного описания закономерностей развития различных природных процессов с применением современного научного аппарата. Поэтому совершенствование методов гидрологических прогнозов является одним из важнейших аспектов развития гидрологической науки в целом.

Качество гидрологических прогнозов определяется их заблаговременностью и погрешностью. Если обозначить через t_0 дату составления прогноза, через $\tilde{Y}(t)$ прогноз характеристики речного стока на дату t , а через $Y(t)$ фактическое значение этой характеристики, то разность $t - t_0$ определяет заблаговременность, а разность $Y(t) - \tilde{Y}(t)$ определяет ошибку конкретного прогноза. При прогнозировании времени наступления характерных явлений гидрологического режима составленный в срок с датой t_0 прогноз

\tilde{t} уже сам по себе определяет заблаговременность прогноза как разность $\tilde{t} - t_0$.

Требуемая заблаговременность прогноза определяется с учетом времени, необходимого для принятия мер по использованию водных ресурсов и защите от опасных проявлений водного режима. В небольших населенных пунктах достаточно нескольких часов для проведения эвакуации населения из района возможного затопления. Планирование работы комплексных водохозяйственных систем с многолетним и сезонным регулированием стока предусматривает долгосрочное прогнозирование его сезонных, квартальных и месячных величин [2, 34, 39, 41, 43].

Достижимая заблаговременность прогноза речного стока зависит от следующих факторов:

- физико-географических особенностей водосбора;
- характера прогнозируемого явления;
- заблаговременности, точности и формы представления метеорологических прогнозов;
- конфигурации и параметров наземной сети станций и постов [27].

Скорость склонового стекания и руслового добега воды к замыкающему створу, роль и изменчивость процессов, протекающих после даты выпуска прогноза, являются лимитирующими факторами его заблаговременности. Для больших равнинных водосборов с медленным ходом определяющих прогнозируемую величину процессов и относительно небольшим влиянием погодных условий после даты составления прогноза достижимая заблаговременность прогноза может достигать иногда нескольких месяцев. Для малых горных рек с большими уклонами и скоростями склонового и руслового стока заблаговременность может снижаться до нескольких часов [11, 25–27, 47].

Согласно Наставлению по службе прогнозов, гидрологические прогнозы, имеющие заблаговременность более 15 дней, относятся к категории долгосрочных, а прогнозы, имеющие заблаговременность 15 дней и менее, относятся к категории краткосрочных [21].

В практике Всемирной метеорологической организации к категории краткосрочных относятся прогнозы с заблаговременно-

стью не более 3 суток, среднесрочных – с заблаговременностью до 4–9 суток, долгосрочных – с заблаговременностью не менее 10 суток [27]. В современной отечественной практике гидрологический прогноз относится к категории краткосрочных, если его заблаговременность не превышает 5–6 суток, среднесрочных – с заблаговременностью от 6–7 до 12–15 суток, долгосрочных – с заблаговременностью более 12–15 суток. Такая классификация используется в настоящей работе.

Долгосрочные и среднесрочные прогнозы речного стока могут составляться для следующих характеристик:

- сезонный, кварталный, месячный и декадный приток воды в крупные водохранилища и к гидроэлектростанциям;
- сезонный, кварталный, месячный и декадный объем или слой речного стока;
- распределение стока реки или притока в водохранилище в течение сезона;
- максимальный расход и уровень воды половодья;
- объем, максимальный расход и уровень воды паводка на крупных реках;
- дата прохождения максимального расхода и уровня воды;
- дата начала основной волны половодья или паводка на крупных реках;
- средние и минимальные месячные и декадные уровни воды на судоходных реках;
- характерные уровни и расходы воды на крупных реках во время весенних и осенних ледовых явлений на крупных реках [25, 27, 47].

В ряде случаев возможно последующее уточнение долгосрочных или среднесрочных прогнозов. Например, для характеристик половодья выпускается уточняющий прогноз после схода основной массы сезонного снежного покрова [5, 21, 25, 27, 39]. Подобные уточнения используют дополнительную информацию, еще неизвестную при составлении основного прогноза. Следовательно, методику получения уточняющего прогноза следует рассматривать как самостоятельную методику, погрешность которой требует отдельной оценки.

Краткосрочные прогнозы могут составляться для следующих характеристик водного режима рек в заданных створах и бокового притока воды в водохранилища:

- средний, максимальный и минимальный расход воды за сутки;
- средний, максимальный и минимальный уровень воды за сутки;
- график изменения расходов и уровней воды в течение периода не более пяти суток;
- объем, максимальный расход и уровень воды за паводок для малых и средних рек;
- объем, максимальный расход и уровень воды за половодье для малых рек;
- дата начала, прохождения пика и конца половодья для малых рек;
- объем, максимальный расход и уровень воды паводка для малых и средних рек;
- минимальный расход и уровень воды в период летне-осенней межени;
- минимальный уровень и расход воды в период зимней межени;
- минимальный уровень и расход воды в период навигации;
- дата начала, прохождения пика и конца паводка для малых рек;
- характерный уровень и расход воды во время весенних ледовых явлений;
- характерный уровень и расход воды во время осенних ледовых явлений [26, 27, 47].

При решении задач гидрологических прогнозов принято различать два понятия: метод и методика прогнозирования.

Под методом понимается общий подход к решению задачи, вытекающий из физической сущности процессов, которые определяют прогнозируемое явление или элемент гидрологического режима.

В основе методов прогнозирования характеристик речного стока лежат:

- уравнения водного баланса (для участка реки, части или всего речного бассейна) и теплового баланса (приземного слоя воздуха, снежного покрова, поверхности и почвенного слоя водосбора);
- уравнения, описывающие движение воды по склонам и в русловой сети;
- статистический анализ пространственно-временной изменчивости характеристик стока и метеорологических факторов, их определяющих.

Методы прогнозирования речного стока могут реализовываться в виде:

- физико-математических моделей формирования речного стока с распределенными, т. е. изменяющимися в пространстве, параметрами;
- концептуальных моделей с сосредоточенными или частично распределенными параметрами;
- физико-статистических зависимостей прогнозируемой величины от известных к дате составления прогноза гидрологических и метеорологических факторов, влияющих на ее формирование.

Под методикой понимается способ получения прогнозов заданной характеристики водного режима для конкретного речного стока. Методика основана на одном из перечисленных выше методов и выражается схемой получения прогноза. Она отражает особенности водосбора и гидрологического режима реки, объем и качество гидрометеорологической информации, использованной при ее разработке и располагаемой при ее применении, включая прогнозы хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности гидрологического прогноза и способы их усвоения [7–11, 14, 16, 19, 20, 38, 51].

Решение задач гидрологического прогнозирования всегда является приближенным. Это вызвано рядом причин. При большом числе действующих факторов не все из них учитываются схемой прогноза, т. к. характеристики некоторых из них не измеряются на сети пунктов гидрометеорологических наблюдений. Сами наблюдения всегда содержат погрешности, величина которых может

быть весьма значительной и определяется техническими возможностями приборов и самих методик измерений [17, 21, 27, 40].

Наконец, сам метод прогноза и методика его реализации лишь с той или иной степенью точности отражают природные закономерности формирования предсказываемого явления, особенно в условиях, когда метеорологические характеристики за период заблаговременности прогноза неизвестны или известны лишь приближенно. Следовательно, результаты гидрологических прогнозов всегда содержит ошибки, а накопленный опыт указывает на их стохастический характер.

По этой причине для исследования точности, эффективности и надежности гидрологических прогнозов используются методы математической статистики.

Прогнозы могут выражаться в обычной детерминированной и в вероятностной форме. В первом случае с заданной заблаговременностью оценивается значение ожидаемой характеристики речного стока. Во втором случае оцениваются различные характеристики распределения ее вероятностей в зависимости от располагаемой на дату составления прогноза гидрометеорологической информации.

Если для конкретного водосбора задана заблаговременность получения прогнозов характеристики речного стока, то качество используемой методики определяется ее погрешностью. По данным Международного института прогнозистов, 90 % потребителей указали точность прогнозов в качестве важнейшего показателя их качества [57].

В настоящее время факторы, определяющие погрешность прогнозов и ее структуру, достаточно хорошо изучены. Погрешность прогностической методики определяется:

- заблаговременностью прогноза;
- репрезентативностью, объемом и точностью исходных данных;
- распределением наблюдений в пространстве и во времени;
- ролью метеорологических элементов и точностью их прогнозирования;
- спецификой формирования и пространственно-временной изменчивости явления;

- адекватностью и полнотой описания прогнозируемого явления или процесса;
- репрезентативностью предикторов и влиянием неучтенных факторов;
- точностью определения параметров методики прогноза;
- техническими возможностями сбора необходимой информации;
- техническими возможностями составления и передачи прогноза [27, 31, 35, 49, 54].

Во многих случаях необходимость использования метеорологических прогнозов погодных условий на период заблаговременности гидрологического прогноза является его наиболее уязвимым местом [27]. Чтобы разделить погрешности собственно гидрологических и метеорологических прогнозов, в ряде случаев при оценке погрешности прогнозов речного стока предлагается использовать фактически наблюдавшиеся в период заблаговременности метеорологические элементы, используемые при составлении конкретного прогноза – осадки, температуру и влажность воздуха, скорость ветра [5, 21, 27, 43, 47].

Определение и анализ погрешности методики гидрологического прогноза представляет очень важный этап ее разработки и последующего оперативного использования. Это обусловлено не только тем, что при заданной заблаговременности погрешность прогноза является важнейшим показателем его практической ценности. Анализ погрешности методики прогноза позволяет выявить ее слабые стороны и наметить пути ее совершенствования. Результаты такого анализа, выполненные для совокупности методик прогноза различных гидрологических характеристик в пределах целого региона, могут определить и обосновать направления по совершенствованию сети гидрологических и метеорологических наблюдений и системы сбора и обработки гидрометеорологической информации [1, 31, 46].

При оценке погрешности методик прогноза речного стока необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство.

Как правило, долгосрочные прогнозы речного стока выпускаются один раз в год, а краткосрочные – многократно, иногда

ежедневно в течение всего года, сезона, фазы гидрологического режима реки или других определяемых технологией водопользования периодов [5, 21, 25–27].

Что касается среднесрочных прогнозов с заблаговременностью от 6–7 до 12–15 суток, то для них целесообразно выделить две возможные ситуации.

1. Методика предназначена для выпуска прогноза характеристики речного стока один раз в год и отличается от долгосрочного прогнозирования только тем, что благодаря более быстрому формированию стока в замыкающем речном створе позволяет прогнозировать его характеристику с заблаговременностью менее 12–15 суток. Предлагаемые в последующих главах правила оценки погрешности, эффективности, оправдываемости и получения вероятностной формы выпуска прогноза для таких методик те же, что и для методик долгосрочного прогнозирования. В последующем изложении такие методики будут условно относиться к категории долгосрочных прогнозов.

2. Методика предназначена для многократного, иногда ежедневного выпуска прогноза характеристики речного стока в течение всего года или некоторого его периода и отличается от краткосрочного прогнозирования только тем, что благодаря более медленному формированию стока в замыкающем речном створе позволяет прогнозировать его характеристику с заблаговременностью более 5–6 суток. Предлагаемые в последующих главах правила оценки погрешности, эффективности, оправдываемости и получения вероятностной формы выпуска прогноза для таких методик те же, что и для методик краткосрочного прогнозирования речного стока. В последующем изложении такие методики будут условно относиться к категории краткосрочных прогнозов.

1.2. Определение погрешности методики прогнозирования речного стока

Обоснование наиболее подходящего показателя погрешности конкретной методики прогноза должно учитывать не только возможности получения оценки такого показателя, но и интересы потребителей данного прогноза.

Погрешность методики гидрологического прогнозирования в целом определяется тем, как в зависимости от соотношения между прогнозом \tilde{Y} характеристики речного стока и ее фактическим значением Y определяется погрешность конкретного прогноза $d(Y, \tilde{Y})$.

Фактическое значение Y содержит ошибку измерения или расчета фактического значения прогнозируемой характеристики речного стока. Сведения о возможных размерах такой ошибки содержатся в [18, 22, 27, 40]. В ряде случаев ее вероятные значения могут быть весьма большими. Такая ситуация характерна для определения расходов воды на широких реках с сильно заросшей поймой или на горных реках с интенсивными русловыми процессами и изменяющимися кривыми расходов. Погрешность определения фактического значения прогнозируемой величины является нижним пределом возможного значения погрешности прогноза. Если погрешность методики прогнозирования близка к погрешности определения фактических значений прогнозируемой величины, то это свидетельствует о нецелесообразности дальнейшего усовершенствования такой методики [1].

При определении погрешности методики прогнозирования речного стока исходят из того, что в ходе ее последующего применения соотношение между прогнозом \tilde{Y} характеристики речного стока и ее фактическим значением Y сохраняется приблизительно таким же, каким оно было в период гидрометеорологических наблюдений, использованных при построении данной методики. Исходя из этого, погрешность методики получения прогноза в обычной детерминированной форме определяется как математическое ожидание $M[d(Y, \tilde{Y})]$, которое находится путем осреднения показателя $d(Y, \tilde{Y})$ погрешности конкретного прогноза по всем вероятным значениям величин Y и \tilde{Y} . Для методики получения прогноза в вероятностной форме используются более сложные характеристики совместного распределения вероятностей величин [10, 35, 36, 45, 51, 56].

В подавляющем большинстве случаев в отечественной и мировой практике гидрологических прогнозов используется квадрат ошибки прогноза:

$$d(Y, \tilde{Y}) = (Y - \tilde{Y})^2. \quad (1.1)$$

Данное определение погрешности конкретного прогноза выглядит наиболее естественным и математически простым. Использование более высокой степени, чем 2, может привести к тому, что даже одна большая ошибка прогноза из множества других в решающей степени определит суммарную погрешность прогноза. При переходе к погрешности методики прогноза в целом такому определению функции $d(Y, \tilde{Y})$ соответствует наиболее простой и распространенный метод оценки параметров лежащей в основе методики модели – метод наименьших квадратов. Отказ от такого показателя сопряжен со значительными трудностями математического характера вплоть до необходимости перестройки аппарата математической статистики.

При корректировке прогнозов используется сама ошибка прогноза:

$$d(Y, \tilde{Y}) = (Y - \tilde{Y}). \quad (1.2)$$

Взаимная компенсация ошибок прогноза разных знаков приводит к тому, что при осреднении данного показателя по достаточно продолжительному периоду времени он обращается в нуль практически при любых абсолютных размерах отдельных ошибок. Данный показатель не применим для оценки параметров модели или прогностической зависимости. В ряде случаев такой показатель применяется в метеорологических и реже гидрологических прогнозах для оценки погрешности определения каких-то важных средних значений [17, 25, 42, 51].

В ряде публикаций обсуждается использование модуля ошибки прогноза:

$$d(Y, \tilde{Y}) = |Y - \tilde{Y}|. \quad (1.3)$$

При оценке параметров использование такого показателя сопряжено со значительными трудностями, которые, однако,

пытаются преодолеть на базе современной вычислительной техники [44, 48, 52, 55].

Если при определении погрешности главное внимание уделяется прогнозу малых значений гидрологической характеристики, например при прогнозах меженного стока, то используется квадрат относительной ошибки:

$$d(Y, \tilde{Y}) = \left(\frac{Y - \tilde{Y}}{Y} \right)^2. \quad (1.4)$$

Следует учитывать, что при экстремально низких значениях прогнозируемой величины он может принимать очень большие значения даже для вполне хорошей методики прогноза.

Отмеченный эффект частично снижается при использовании несколько иного, но похожего показателя:

$$d(Y, \tilde{Y}) = \frac{(Y - \tilde{Y})^2}{Y}. \quad (1.5)$$

Если при определении погрешности главное внимание уделяется прогнозу больших значений гидрологической характеристики, например при прогнозах пика половодья или паводка, то используется следующий показатель:

$$d(Y, \tilde{Y}) = (Y - \tilde{Y})^2 Y. \quad (1.6)$$

Следует учитывать, что при таком показателе практически игнорируются ошибки прогноза при малых значениях прогнозируемой величины.

В зарубежных и отечественных публикациях содержатся рекомендации к использованию предварительной нормализации прогнозируемых величин и, в частности, к использованию следующего показателя:

$$d(Y, \tilde{Y}) = (\ln Y - \ln \tilde{Y})^2. \quad (1.7)$$

При небольших ошибках прогноза он близок к показателю (1.5). Многочисленные примеры свидетельствуют о том, что логарифмирование позволяет с большим основанием использовать

нормальное распределение вероятностей для описания изменчивости ошибок прогноза [27, 44, 48, 52, 55]. Пример удачного перехода к логарифму прогнозируемой величины будет дан в разделе 9.2.

При нормально распределенных показателях ошибки прогноза становятся применимыми многие эффективные процедуры их статистического анализа [6, 12, 13, 15]. Однако оптимальность статистических решений для логарифма прогнозируемой величины или для другого ее нормализующего преобразования не означает оптимальность полученных результатов для самой гидрологической характеристики. Следовательно, целесообразность использования такого показателя при оценке входящих в методику прогноза параметров необходимо каждый раз подтверждать. Стремление облегчить решение задач прогнозистов не должно ущемлять интересы потребителей гидрологических прогнозов, которым нужны прогнозы расходов, уровней воды, времени наступления характерных явлений гидрологического режима, а не их логарифмов.

Поиск наиболее обоснованного с практической точки зрения показателя $d(Y, \tilde{Y})$ погрешности конкретного прогноза выводит данную проблему за рамки собственно теории гидрологических прогнозов в сферу водохозяйственных решений. Потребители одной и той же методики прогноза могут быть разными, и каждый из них может менять свою оценку качества прогноза в зависимости от конкретной водохозяйственной ситуации [2, 18, 23, 27, 33, 44, 46, 50]. В связи с этим целесообразно привести два примера, в которых речь идет о прогнозе $\tilde{Y} = \tilde{Q}$ расхода воды $Y = Q$, поступающего в водохранилище.

Пример 1

Предупреждение об экстремально высоких расходах воды на пике половодья или паводка требует резкого увеличения отдачи воды в нижний бьеф гидроузла [2]. Если прогноз оказался сильно завышенным, то подобные действия оказываются неоправданными и могут привести к увеличению риска дефицита воды в последующий маловодный период. Однако, если прогноз оказался сильно заниженным, это может привести к гораздо более тяжелым и даже

катастрофическим последствиям. В обеих ситуациях цена ошибки зависит еще и от степени наполнения водохранилища. При высоком уровне воды в водохранилище Z отрицательные последствия занижения ожидаемого расхода будут более значительными, чем при низком. Таким образом, с точки зрения данного потребителя, в период половодья и период прохождения паводков показатель погрешности конкретного прогноза должен быть асимметричной функцией $d(Y, \tilde{Y}, Z)$, которая принимает более высокие значения при условии $Y > \tilde{Y}$ и возрастает с увеличением уровня воды в водохранилище Z .

Пример 2

Предупреждение о значительном снижении расходов воды в меженный период требует незамедлительного перехода к урезанной отдаче воды в нижний бьеф гидроузла [2]. Если прогноз оказался сильно заниженным, то подобные действия означают неоправданное снижение производительности ГЭС и возможностей водопользования в нижнем бьефе гидроузла. Однако, если прогноз оказался сильно завышенным, это может привести к гораздо более тяжелым экономическим и экологическим потерям. В обеих ситуациях цена ошибки также зависит от уровня воды в водохранилище. При низком уровне воды в водохранилище Z отрицательные последствия будут более значительными при завышении ожидаемого расхода, при высоком уровне – при его занижении. Таким образом, с точки зрения данного потребителя, и в меженный период показатель погрешности конкретного прогноза должен быть асимметричной функцией $d(Y, \tilde{Y}, Z)$, которая принимает более высокие значения при условии $Y < \tilde{Y}$ и возрастает с уменьшением уровня воды в водохранилище Z .

Использование асимметричного относительно разности $Y - \tilde{Y}$ показателя $d(Y, \tilde{Y}, Z)$ погрешности конкретного прогноза создает значительные проблемы при разработке методики прогноза. Можно избежать этих проблем и одновременно учесть специфику использования водохранилища. В период половодья и в период

прохождения паводков при назначении показателя $d(Y, \tilde{Y}, Z)$ следует ориентироваться на показатель вида (1.6), при котором главное внимание уделяется прогнозу больших значений расхода воды, поступающего в водохранилище. В периоды летне-осенней и зимней межени при назначении показателя $d(Y, \tilde{Y}, Z)$ следует ориентироваться на показатели вида (1.4) и (1.5), при которых главное внимание уделяется прогнозу малых значений расхода воды, поступающего в водохранилище.

Методика прогноза какой-либо характеристики речного стока может использоваться несколькими потребителями. Каждый из них может оценивать собственный ущерб от ошибки конкретного прогноза с помощью показателя $d_j(Y, \tilde{Y})$, который может дополнительно учитывать какие-либо характеристики его водохозяйственной деятельности. Для каждого из L потребителей данной методики прогноза можно ввести коэффициент q_j его водохозяйственной значимости. В отечественной системе водного хозяйства учет интересов различных водопользователей осуществляется на основе масштаба их водохозяйственной деятельности [2, 33]. В американской системе управления водными ресурсами учитывается плата за получение прогнозов по данной методике [50, 56]. В результате при разработке и применении методики прогноза в качестве показателя погрешности каждого конкретного прогноза целесообразно использовать функцию:

$$d(Y, \tilde{Y}) = \sum_{j=1}^L q_j d_j(Y, \tilde{Y}). \quad (1.8)$$

Рассмотренный выше подход к учету интересов потребителей гидрологических прогнозов при определении показателя их погрешности может рассматриваться в качестве направления будущих исследований. В настоящей работе рассматривается показатель погрешности конкретного прогноза, определяемый формулой (1.1). Он является наиболее широко используемым, простым, универсальным и соответствует действующему Наставлению по службе прогнозов [21].

Погрешность методики долгосрочного и среднесрочного прогнозирования речного стока с выпуском прогноза один раз в год определяется как математическое ожидание квадрата ошибки ежегодного прогноза:

$$V = M[(Y - \tilde{Y})^2]. \quad (1.9)$$

Погрешность методики краткосрочного и среднесрочного прогнозирования речного стока с ежедневным выпуском прогнозов в течение периода продолжительностью T суток определяется как среднее для этого периода математическое ожидание квадрата ошибки ежедневного прогноза для суток $t = 1, \dots, T$:

$$V = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T M\{[Y(t) - \tilde{Y}(t)]^2\}. \quad (1.10)$$

Такая погрешность может определяться для всего года, сезона, фазы гидрологического режима реки или других определяемых технологией водопользования периодов.

В гидрологических прогнозах и водном хозяйстве принято оперировать показателями погрешности прогноза, имеющими ту же размерность, что и прогнозируемая величина. В связи с этим при характеристике точности методики прогноза следует использовать не величину V , а ее квадратный корень \sqrt{V} .

Дополнительное обоснование рассматриваемого показателя погрешности прогноза дает анализ экономической эффективности гидрологических прогнозов.

1.3. Экономическая эффективность использования методики прогнозирования речного стока

Оценка экономического эффекта от использования прогнозов характеристик половодья при решении различных водохозяйственных задач позволяет не только определять экономически обоснованные затраты на разработку и внедрение различных прогностических методик, но и на развитие системы гидрологического мониторинга в целом. Одновременно появляется возможность учитывать специфику использования той или иной прогностической методики в решении конкретных водохозяйственных задач

уже на стадии ее разработки и оценки ее параметров, при ее проверке и оценке ее погрешности и практической применимости и при выборе оптимального варианта выпуска прогнозов в оперативном режиме [1, 28, 33, 43, 50].

В наиболее общем случае задача экономически эффективного и экологически безопасного использования водных ресурсов формулируется как поиск оптимального набора U_0 таких параметров водохозяйственного решения, которые, не нарушая требований экологической безопасности, обеспечивают максимально возможный экономический эффект $E(U_0)$ от водохозяйственной деятельности. Он определяется с учетом платы за водопользование, затрат на охрану водных ресурсов и возможного ущерба от опасных гидрологических явлений. В ряде случаев рассматривается только минимизация затрат на охрану водных ресурсов, например на очистку сточных вод, или ущерба от опасных проявлений гидрологического режима водного объекта, например от опасно высоких половодий и паводков. Такую задачу можно формулировать как поиск максимума функции $-E(U)$. В странах с развитой рыночной экономикой методы определения перечисленных выше экономических показателей достаточно разработаны и широко внедряются [2, 27, 39, 41]. Наиболее простому учету поддается стоимость вырабатываемой ГЭС электроэнергии при оценке экономического эффекта от регулирования речного стока водохранилищем [2, 37]. Сложнее обосновать штрафные санкции за допущенный дефицит воды, нарушение требований различных водопользователей и ущерб от опасных паводков и половодий. Труднее всего экономической оценке поддаются угрозы безопасности населения и нарушения экологических и санитарно-эпидемиологических требований [2, 33].

Влияние неуправляемых природных процессов учитывается путем использования средних значений $E(U)$, минимальных вероятных значений $E(U)$ или максимальных вероятных значений $-E(U)$. В связи с этим в последующем изложении рассматривается только поиск условного максимума функции $E(U)$, когда образующие вектор U параметры водохозяйственного решения не

выходят за рамки гидроэкологического потенциала водопользования [33].

Рассмотрим ситуацию, когда экономический эффект от использования водных ресурсов некоторого водного объекта и защиты от опасных гидрологических явлений в течение расчетного периода зависит от характеристики речного стока Y и, следовательно, выражается функцией $E(U, Y)$. Если бы при принятии определяемого вектором U водохозяйственного решения значение Y было бы известно, то функция $E(U, Y)$ была бы задана точно. В рамках гидроэкологического потенциала водопользования было бы найдено точное оптимальное решение U_0 , при котором функция $E(U, Y)$ достигает своего максимального значения. Если при оптимизации водохозяйственного решения значение Y неизвестно, то оно заменяется прогнозом \tilde{Y} . Таким образом, в реальной ситуации анализируется приближенное значение функции $E(U, \tilde{Y})$ и в зависимости от прогноза \tilde{Y} определяется приближенное оптимальное решение U_0^* .

Ошибка прогноза приводит к тому, что при различных значениях U функции $E(U, Y)$ и $E(U, \tilde{Y})$ могут не совпадать. Следовательно, приближенное решение U_0^* может отличаться от действительно оптимального U_0 , при котором $E(U, Y)$ достигает максимума. Фактический экономический эффект $E(U_0^*, Y)$ от принятого на основе прогноза \tilde{Y} решения U_0^* будет меньше своего максимума $E(U_0, Y)$. В результате образуется недополученная прибыль

$$\text{НП} = E(U_0, Y) - E(U_0^*, Y). \quad (1.11)$$

Эту ситуацию наглядно иллюстрирует рис. 1.1.

В каждом конкретном случае размер недополученной прибыли НП определяется ошибкой прогноза и степенью влияния элемента гидрологического режима водного объекта Y на функцию $E(U, Y)$ [33]. При отсутствии систематической ошибки прогноза разность $Y - \tilde{Y}$ можно рассматривать как случайную величину с

нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной $V = M[(Y - \tilde{Y})^2]$. Математическое ожидание разности $E(U_0, Y) - E(U_0^*, Y)$ по распределению вероятностей величины Y и \tilde{Y} определяет среднее значение недополученной прибыли $M_{\text{нп}}$.

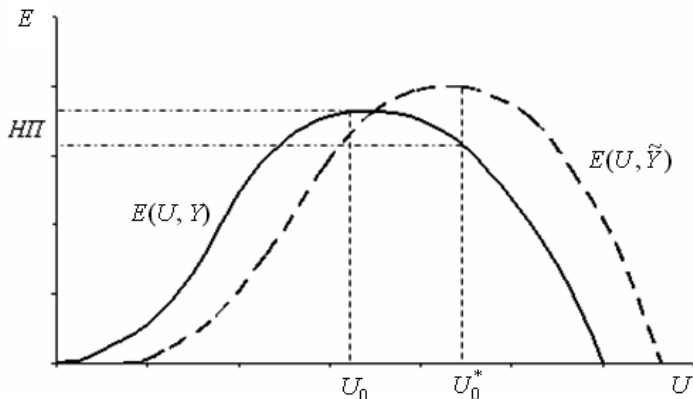


Рис. 1.1. Определение недополученной прибыли НП.

В целях упрощения предположим, что водохозяйственное решение определяется всего одной величиной – объемом попуска воды из водохранилища, объемом водозабора или сброса загрязняющих веществ и т. д. В этом случае U – скалярная величина. Разложив функцию $E(U, Y)$ по формуле Тейлора в окрестностях этой точки и ограничившись первыми двумя слагаемыми, получаем приближенное выражение для среднего значения недополученной прибыли от ошибок прогноза:

$$M_{\text{нп}} \approx \frac{[E''_{U,Y}(U_0, Y)]^2}{2 |E''_{U,U}(U_0, Y)|} V, \quad (1.12)$$

где $E''_{U,U}(U_0, Y)$ – вторая частная производная функции $E(U, Y)$ по величине U ; $E''_{U,Y}(U_0, Y)$ – ее вторая смешанная производная по переменным U и Y в точке (U_0, Y) .

Формула (1.12) показывает, что среднее значение недополученной прибыли можно считать пропорциональным погрешности

прогноза V , если эту погрешность определять по формуле (1.9) как среднее значение квадрата ошибки прогноза. Таким образом, при определении экономического ущерба от ошибок гидрологических прогнозов в виде средней недополученной прибыли фигурирует наиболее распространенный и выбранный в качестве основного показатель погрешности прогноза – среднее значение квадрата его ошибки.

При использовании более совершенной методики прогнозирования речного стока с меньшей погрешностью прогноза $\hat{V} < V$ недополученная прибыль от ошибок прогноза в среднем снизится на величину, приближенно выражаемую формулой:

$$\Delta M_{\text{нп}} \approx \frac{[E''_{U,Y}(U_0, Y)]^2}{2 |E''_{U,U}(U_0, Y)|} (V - \hat{V}). \quad (1.13)$$

Определяемое таким образом снижение недополученной прибыли $\Delta M_{\text{нп}}$ задает верхний предел для экономически обоснованных затрат на разработку более совершенной методики.

В общем случае при сравнении суммарной экономической эффективности альтернативных методик прогнозирования снижение недополученной прибыли от их использования необходимо сравнивать со стоимостью их разработки, информационного обеспечения и применения. В ряде случаев экономически оправданным может оказаться переход к менее точной, но более дешевой методике.

Любая методика получения гидрологического прогноза основана на учете зависимости прогнозируемой величины от характеристик определяющих ее факторов. Такой прогноз можно назвать условным. Альтернативой ему может служить безусловный прогноз, при получении которого учитываются ретроспективные данные многолетних наблюдений за прогнозируемой величиной. Производится статистическая оценка среднего значения этой величины или ее изменения за период заблаговременности прогноза на основе данных многолетних гидрометрических наблюдений.

Для долгосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов в качестве такой безусловной альтернативы рассматривается

климатический прогноз, при котором прогнозируемая величина заменяется ее многолетней нормой [21, 25].

Для краткосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов в качестве такой безусловной альтернативы рассматривается инерционный прогноз, при котором прогнозируемая величина заменяется ее известным значением на дату составления прогноза с поправкой на ее среднее изменение в течение периода заблаговременности прогноза [21, 26].

В условиях отсутствия методики прогнозирования характеристики речного стока с необходимой для принятия водохозяйственного решения заблаговременностью или при отказе от ее применения могут использоваться климатический или инерционный прогноз, среднее значение квадрата ошибки которого обозначим через V_A .

Принимаемое на основе этой безусловной альтернативы водохозяйственное решение также будет неоптимальным и приведет к недополученной прибыли, среднее значение которой определяется формулой (1.12) при замене погрешности V величиной V_A .

Увеличение недополученной прибыли в результате замены методики ее безусловной альтернативой $\Delta M_{инт}$ приближенно выражается формулой (1.13) после замены в ней разности $V - \hat{V}$ разностью $V_A - V$. Применение рассматриваемой методики приводит к снижению недополученной прибыли, если выполняется неравенство $V < V_A$.

Использование методики прогнозирования речного стока может считаться оправданным, если эта методика точнее безусловного прогноза. Это подтверждает правильность принятого в отечественной гидрологии подхода к оценке применимости (эффективности) методики прогнозирования на основе соотношения между ее погрешностью V и погрешностью V_A климатического или инерционного прогноза [5, 21, 25–27].

С другой стороны, отказ от прогнозирования характеристики речного стока Y приводит к экономии средств на разработку методики прогноза и ее информационное обеспечение. В частности,

отказ от прогнозирования половодья позволяет отказаться от маршрутных снегомерных съемок при отсутствии угрозы населению в связи с возможными наводнениями. Следовательно, показатель $\Delta M_{\text{нп}}$ снижения недополученной прибыли за счет применения методики прогнозирования должен сравниваться со стоимостью этого применения. Если стоимость методики превосходит снижение недополученной прибыли от ее использования, экономически целесообразно от нее отказаться.

В последующих главах излагаются рекомендации по оценке и анализу погрешностей методик прогнозирования речного стока, которые определяются формулой (1.9) при выпуске долгосрочных и среднесрочных прогнозов один раз в год, и формулой (1.10) при ежедневном выпуске краткосрочных и среднесрочных прогнозов в течение некоторого периода. Эти рекомендации могут быть использованы для оценки и анализа более сложных показателей погрешности гидрологических прогнозов, в которых учитываются интересы их конкретных потребителей и решаемых с их помощью водохозяйственных задач.

ГЛАВА 2

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДИК ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА

2.1. Общие принципы оценки погрешности долгосрочных прогнозов

Погрешность V методики долгосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристики речного стока определяется формулой (1.9) в виде математического ожидания квадрата отклонения фактического значения Y этой характеристики от ее прогноза \tilde{Y} , который выпускается один раз в год. Согласно Наставлению по службе прогнозов [21], для анализа погрешности используется ряд $Y_1 - \tilde{Y}_1, \dots, Y_n - \tilde{Y}_n$ ошибок проверочных прогнозов за n лет. В качестве оценки погрешности методики используется показатель

$$S^2 = \frac{1}{(n-k)} \sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i^*)^2 \quad \text{или} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i)^2}{n-k}}, \quad (2.1)$$

где k – число параметров, входящих в формулу получения прогноза \tilde{Y} и рассчитанных по массиву многолетних гидрометеорологических наблюдений за прогнозируемой величиной и характеристиками факторов ее формирования [21]. Если в проверяемой

методике применяются графические построения, то число k определяется согласно правилу: линейный график зависимости Y от одного предиктора соответствует оценке $k=2$ параметров, график параболического, экспоненциального или логарифмического вида соответствует оценке $k=3$ параметров и т. д. [21, 31].

Как правило, используемый для получения оценки S^2 ряд ошибок проверочных прогнозов берется из того же массива данных, на основе которого была построена проверяемая методика. Выбор состава предикторов и вида формулы получения прогноза, оценка ее параметров или построение графических зависимостей осуществлялись таким образом, чтобы минимизировать расхождения между фактическими Y_i и прогнозируемыми \tilde{Y}_i значениями характеристики речного стока при $i = 1, \dots, n$.

Специалистам в области гидрологических прогнозов хорошо известно, что полученная на зависимом материале оценка S^2 существенно занижает реальную погрешность проверяемой методики. Это обусловлено тем, что она характеризует только остаточную дисперсию $\tilde{\sigma}^2$ зависимости прогнозируемой величины Y от используемых методикой предикторов. Эта остаточная дисперсия связана с дисперсией σ^2 прогнозируемой величины соотношением:

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma^2(1 - R^2), \quad (2.2)$$

где R – корреляционное отношение, которое характеризует степень зависимости прогнозируемой величины от используемых в методике предикторов и равно коэффициенту корреляции между фактическими значениями величины Y и их прогнозами \tilde{Y} . Если прогноз определяется уравнением линейной регрессии, то R совпадает с множественным коэффициентом корреляции [13, 52, 55]. В то же время погрешность прогноза определяется не только остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$, но и статистической устойчивостью схемы получения прогноза относительно использованных данных наблюдений. При прочих равных условиях чем больше количество учитываемых методикой предикторов и больше число k параметров или гибче система описывающих ее графиков, тем ниже

статистическая устойчивость этой зависимости и больше разность между остаточной дисперсией прогностической зависимости и погрешностью методики прогноза [31].

Расхождение между остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$ и погрешностью методики прогноза V может быть продемонстрирована на примере ситуации, когда для каждого года периода наблюдений и предполагаемого периода оперативного использования методики стохастическая зависимость прогнозируемой величины Y от образующих вектор X предикторов описывается линейной регрессионной моделью. Она выражается формулой:

$$Y = a_1\varphi_1(X) + \dots + a_k\varphi_k(X) + \xi, \quad (2.3)$$

где $\varphi_1(X), \dots, \varphi_k(X)$ – заданные функции, входящие в формулу выпуска прогноза и определяемые положенной в основу методики моделью прогнозируемого явления [13, 29].

За редким исключением прогностические зависимости содержат свободный член, обеспечивающий отсутствие систематических ошибок прогноза. В таких случаях одна из функций, например $\varphi_1(X)$, тождественно равна единице. Как правило, более адекватному и полному описанию прогнозируемого явления или процесса соответствует большее число образующих вектор X характеристик прогнозируемого явления, заданных на момент составления прогноза. При этом число k подлежащих статистической оценке параметров методики a_1, \dots, a_k также будет больше. Неоднозначность связи между прогнозируемой величиной Y и предикторами X характеризует случайная величина ξ . Предполагается, что она не зависит от предикторов и подчиняется нормальному распределению вероятностей с нулевым математическим ожиданием. Равенство математического ожидания величины ξ нулю обеспечивает возможность получения прогноза без систематической ошибки. Дисперсия величины ξ равна остаточной дисперсии $\tilde{\sigma}^2$, которая характеризует неоднозначность связи между прогнозируемой величиной Y и образующими вектор X предик-

торами. В данном случае в формуле (2.2), определяющей соотношение между $\tilde{\sigma}^2$ и дисперсией σ^2 прогнозируемой величины, корреляционное отношение R совпадает с множественным коэффициентом корреляции зависимости Y от заданных функций $\varphi_1(X), \dots, \varphi_k(X)$. Кроме того, предполагается, что соответствующие разным годам значения величины ξ не зависят друг от друга.

Параметры методики a_1, \dots, a_k оцениваются методом наименьших квадратов по всем имеющимся за n лет данным гидрологических и метеорологических наблюдений, которые определяют значения прогнозируемой величины и ее предикторов. Полученные методом наименьших квадратов оценки параметров a_1^*, \dots, a_k^* для каждого года i определяют прогноз характеристики речного стока \tilde{Y}_i в зависимости от соответствующего этому году значения вектора предикторов X_i в виде:

$$\tilde{Y}_i = a_1^* \varphi_1(X_i) + \dots + a_k^* \varphi_k(X_i). \quad (2.4)$$

Соотношение между остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$ и погрешностью прогноза V описывается уравнением:

$$V = \tilde{\sigma}^2 \left(1 + \frac{k-2/n}{n-k-1} \right) \approx \tilde{\sigma}^2 \left(\frac{n-1}{n-k-1} \right). \quad (2.5)$$

Опубликованная в [30] формула (2.5) показывает, что с ростом числа k параметров, который не сопровождается достаточно быстрым уменьшением остаточной дисперсии $\tilde{\sigma}^2$ за счет более полного и адекватного описания прогнозируемого явления, погрешность прогноза будет быстро возрастать. Именно этим объясняется тот известный факт, что при проверке на независимом материале более простые, но статистически устойчивые методики прогноза показывают более высокую точность, чем методики, основанные на весьма полных и адекватных моделях, но предполагающие оценку большого числа параметров [27, 31, 46, 54].

Использование оценки S^2 может приводить к неправильным выводам в процессе поиска оптимального, окончательного варианта методики. Увеличение числа k параметров этой зависимости позволяет не только сделать ее более адекватной фактической зависимости Y от компонентов вектора X , но и увеличить количество учитываемых методикой предикторов. В результате стандартная оценка погрешности прогноза на зависимом материале S^2 всегда будет плавно снижаться с ростом k . В то же время погрешность прогноза V будет возрастать с ростом k после достижения минимума при его оптимальном значении. Это демонстрируют схематические графики на рис. 2.1.

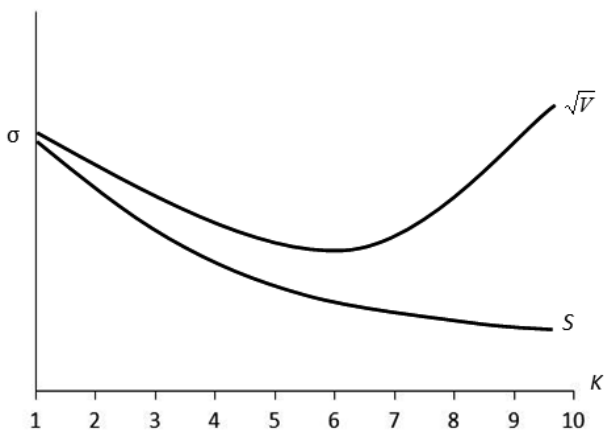


Рис. 2.1. Схематические графики изменения полученной на зависимом материале погрешности прогностической зависимости S и фактической погрешности прогноза \sqrt{V} с ростом числа k оцениваемых параметров [17].

Ниже приводятся четыре метода получения более обоснованных оценок погрешности долгосрочных прогнозов речного стока. В этих методах предполагается отсутствие корреляции между членами ряда ошибок проверочных прогнозов. Для методик долгосрочного прогнозирования речного стока данное предположение, как правило, выполняется. Однако возможны исключения.

Статистическая зависимость между ошибками проверочных прогнозов за разные и прежде всего смежные годы может быть обусловлена автокорреляцией многолетних колебаний прогнозируемой величины и ее факторов. Она может быть особенно значительной при долгосрочном прогнозировании характеристик межennaleго стока, формируемого за счет медленно изменяющихся в течение нескольких лет запасов подземных вод глубокого залегания. Это явление уже давно принимается во внимание в гидрологических и водохозяйственных расчетах [2, 22].

В соответствии со сложившимися в гидрологии традициями и во избежание чрезмерного усложнения решения целесообразно предположить, что автокорреляция членов ряда ошибок проверочных прогнозов описывается простейшей моделью авторегрессии первого порядка [32]. Данная модель характеризует автокорреляцию ряда ошибок проверочных прогнозов одним параметром – коэффициентом корреляции между смежными членами этого ряда. Его стандартная статистическая оценка учитывает, что среднее значение ошибки прогноза практически всегда близко к нулю и определяется формулой:

$$r_1 = \left(\frac{n}{n-1} \right) \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (Y_i - \tilde{Y}_i)(Y_{i+1} - \tilde{Y}_{i+1})}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i)^2}. \quad (2.6)$$

Статистическую достоверность оценки r_1 следует устанавливать с помощью критерия Андерсона [32]. Согласно данному критерию, предположение об отсутствии корреляции между членами ряда ошибок проверочных прогнозов может быть принято, если выполняется неравенство:

$$|1 + r_1(n-1)| < t(\alpha/2) \sqrt{n-2}, \quad (2.7)$$

где $t(\alpha/2)$ – квантиль нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения $\alpha/2$. Уровень значимости критерия α определяет вероятность признания коэффициента корреляции r_1 , не равным нулю, когда на самом деле он равен

нулю. В частности, $t(\alpha/2) = 1,96$ при $\alpha=5\%$. Для других величин уровня значимости α критические значения $t(\alpha/2)$ приведены в табл. 2.1 [6].

Таблица 2.1

Критические значения $t(\alpha/2)$ при разной величине уровня значимости α

$\alpha, \%$	0,5	1	2,5	5	10	20
$t(\alpha/2)$	2,81	2,58	2,24	1,96	1,64	1,28

Нарушение неравенства (2.7) означает наличие статистически достоверной корреляции между смежными членами ряда ошибок проверочных прогнозов, которая должна быть учтена при оценке и анализе погрешности методики прогноза. Для этого необходимо воспользоваться методами, излагаемыми в пятой главе, где рассматривается оценка погрешности методик краткосрочного прогнозирования речного стока, для которых корреляция между членами ряда ошибок проверочных прогнозов более характерна.

2.2. Методы оценки погрешности методик долгосрочных прогнозов

Метод оценки погрешности методики долгосрочного прогноза и его надежность определяются объемом и структурой имеющихся в распоряжении прогнозиста данных гидрологических и метеорологических наблюдений, на основе которых методика была построена и может быть проверена. Ниже рассматриваются четыре различные ситуации, каждой из которых соответствует свой метод оценки погрешности долгосрочных и среднесрочных прогнозов речного стока.

Метод 1

В ряде случаев методика долгосрочного прогнозирования речного стока может применяться в неизменном виде в течение достаточного количества n_H лет после ее разработки и внедрения. В этом случае n_H – число лет независимых наблюдений. Результаты

проверочных прогнозов за эти годы образуют независимый материал, который может быть использован для получения наиболее простой оценки погрешности прогноза. На основе результатов проверочных прогнозов на независимом материале за n_H лет образуется многолетний ряд ошибок прогноза $Y_{n+j} - \tilde{Y}_{n+j}$ при $j = 1, \dots, n_H$. Получаемая на основе этого ряда оценка погрешности методики долгосрочного прогноза определяется формулой:

$$V_H^* = \frac{1}{n_H} \sum_{j=1}^{n_H} (Y_{n+j} - \tilde{Y}_{n+j})^2. \quad (2.8)$$

Данная оценка является несмещенной, т. е. не имеет систематической ошибки, и при достаточно большом числе лет n_H независимых проверочных прогнозов дает результат, близкий к фактической погрешности V методики прогноза.

При получении оценки V_H^* использован вытекающий из Закона больших чисел основополагающий принцип математической статистики: каждое математическое ожидание случайной величины оценивается средним арифметическим по ряду наблюдений [15]. Если распределение вероятностей ошибок прогноза существенно отличается от нормального, то возможны более точные оценки. Однако эти оценки эффективны при условии полной гарантии, что принадлежность к такому конкретному распределению не вызывает сомнений. В реальности такое возможно в крайне редких случаях, практически не встречающихся в практике статистического анализа гидрологических характеристик [22, 52]. В условиях неопределенности истинного распределения вероятностей анализируемой величины использование среднего арифметического дает наиболее устойчивые результаты [31].

Для того чтобы правильно пользоваться оценками V_H^* или $\sqrt{V_H^*}$, необходимо иметь представление о статистической погрешности их определения. В связи с этим уместно вспомнить вопрос, который задавали в Древнем Риме: «А кто засвидетельствует, что свидетели не лгут?». Приближенные значения погрешности оценок

V_H^* и $\sqrt{V_H^*}$ можно получить на основе традиционного в статистическом анализе гидрометеорологических величин предположении о том, что все члены ряда ошибок проверочных прогнозов не зависят друг от друга и подчиняются нормальному распределению вероятностей. В этом случае среднеквадратические погрешности (корни из дисперсий) оценок V_H^* и $\sqrt{V_H^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_H^*) = V_H^* \sqrt{\frac{2}{n_H}}; \quad (2.9)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_H^*}) = \sqrt{V_H^*} \sqrt{\frac{1}{2n_H}}. \quad (2.10)$$

Из формулы (2.10) следует, что при наличии $n_H = 20$ лет проверочных прогнозов на независимом материале относительная погрешность $\sigma^*(\sqrt{V_H^*})/\sqrt{V}$ оценки $\sqrt{V_H^*}$ приблизительно равна 16 %.

По мере накопления данных наблюдений за прогнозируемой характеристикой речного стока и ее предикторами методика может корректироваться путем переоценки параметров или уточнения графиков прогностической зависимости. В результате методика прогноза несколько изменяется, и, следовательно, в последующем речь может идти о самостоятельной проверке уже измененной, фактически новой методики. Таким образом, число лет n_H , в течение которых может производиться проверка методики на независимом материале, редко бывает достаточно большим для получения надежных статистических выводов о надежности проверяемой методики. В связи с отмеченным обстоятельством главное внимание уделяется оценке погрешности методик долгосрочного прогнозирования речного стока на зависимом материале, т. е. по тем же данным n лет многолетних наблюдений за прогнозируемой гидрологической характеристикой и ее предикторами, на основе которых проверяемая методика была получена.

При отсутствии достаточного числа проверочных прогнозов на независимом материале рекомендуется применять следующие три метода.

Метод 2

Возможна ситуация, когда в распоряжении имеется достаточно продолжительный ряд n лет гидрологических и метеорологических наблюдений, из которых для построения методики прогноза вполне может быть использовано всего n_o лет наблюдений. Оставшиеся годы в количестве $n_{II} = n - n_o$ могут быть использованы в качестве контролирующего ряда для проверки методики на независимом материале. Оценку погрешности прогноза следует определять по формуле (2.8) с заменой величины n_H числом n_{II} . Необязательно и даже нежелательно выделять из ряда первые или последние n_{II} лет наблюдений. При такой оценке погрешности могут проявиться нарушения стационарности гидрологического режима водного объекта. Лучше эти n_{II} лет выбрать наугад из n имеющихся, используя, например, генератор случайных чисел. Получаемая таким образом оценка характеризует погрешность методики прогноза, при построении которой использовались не n , а всего n_o лет наблюдений. У построенной по усеченному ряду наблюдений методики схема получения прогноза остается прежней, однако входящие в нее параметры или графики будут несколько иными. В связи с этим целесообразно несколько изменить обозначения и прогноз по такой методике для года с номером j из n_{II} лет независимого материала обозначить как $\tilde{Y}_{o,j}$.

При использовании меньшего объема исходных данных точность определения параметров модели будет ниже. В результате погрешность прогноза по усеченной методике будет несколько больше, чем искомая погрешность V методики, основанной на данных всех n наблюдений. Устранить этот недостаток можно с помощью поправочного коэффициента, математический смысл которого вытекает из формулы (2.5). Если схема получения прогноза предусматривает статистическую оценку k параметров, то

для методики, построенной на основе не n_o , а всех n данных наблюдений, оценку погрешности прогноза следует определять формулой:

$$V_{\Pi}^* = \frac{1}{n_{\Pi}} \sum_{j=1}^{n_{\Pi}} (Y_j - \tilde{Y}_{o,j})^2 \left(\frac{n_o - k - 1}{n_o - 1} \right) \left(\frac{n - 1}{n - k - 1} \right). \quad (2.11)$$

Точность метода можно существенно повысить, если описанную процедуру повторить L раз таким образом, чтобы в результате в предназначенный для проверки методики на независимом материале контролирующий ряд по одному разу попали бы данные каждого года из всех имеющихся в распоряжении n лет наблюдений. Число таких повторений L должно быть таким, чтобы сумма $n_{\Pi,1} + \dots + n_{\Pi,L}$ продолжительностей всех контролирующих рядов была бы равна общему количеству n лет наблюдений. Для обеспечения этого условия в каждом повторении числа $n_{\Pi,i}$ и $n_{o,i} = n - n_{\Pi,i}$ могут быть разными.

Определяемые по формуле (2.11) оценки погрешности методики прогноза $V_{\Pi,1}^*$, ..., $V_{\Pi,L}^*$ должны быть использованы для получения итоговой оценки:

$$\bar{V}_{\Pi}^* = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L V_{\Pi,i}^*. \quad (2.12)$$

Среднеквадратические погрешности оценок \bar{V}_{Π}^* и $\sqrt{\bar{V}_{\Pi}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам (2.9) и (2.10) при замене n_H числом n . В частности, при наличии $n = 30$ лет наблюдений относительная погрешность $\sigma^*(\sqrt{\bar{V}_{\Pi}^*})/\sqrt{\bar{V}}$ оценки $\sqrt{\bar{V}_{\Pi}^*}$ приблизительно равна 13 %.

Метод 3

Более сложной и менее благоприятной для решения поставленной задачи является ситуация, при которой в распоряжении имеется достаточно ограниченное число n лет гидрологических и

метеорологических наблюдений, которые необходимы для построения методики прогноза в качестве обучающего ряда. Выделить из них достаточно продолжительный контролирующий ряд для проверки методики на независимом материале не представляется возможным. При этом проверка методики в оперативном режиме еще не проводилась или еще не дала достаточного материала для оценки погрешности методики с помощью изложенного выше первого метода. В этой ситуации оптимальное решение дает метод «выбрасываемой точки» [29]. Этот метод использует идею метода «складного ножа» (Jack-knife method) Дж.В. Тьюки, различные варианты которого используются при решении задач статистического анализа в гидрометеорологии [37, 42, 52, 53].

Из n лет наблюдений исключается год под номером i . По оставшимся наблюдениям за $n-1$ год строится вариант методики с номером i , у которого входящие в схему получения прогноза параметры или графики незначительно, но меняются. Для исключенного года разность $Y_i - \tilde{Y}_{(i)}$ дает ошибку прогноза на независимом материале, т.к. значение прогнозируемой характеристики Y_i не учитывалось при построении усеченной методики и получении прогноза $\tilde{Y}_{(i)}$. Данная процедура выполняется поочередно для всех лет $i = 1, \dots, n$ с возвращением в обучающий ряд данных года, исключенного на предыдущем этапе. Таким образом, реализуется описанный выше метод 2 при $n_o = n-1$, $n_{II} = 1$ и $L = n$. В результате образуется ряд $Y_1 - \tilde{Y}_{(1)}, \dots, Y_n - \tilde{Y}_{(n)}$ ошибок проверочных прогнозов. Этот ряд характеризует погрешность методики, построенной на основе данных наблюдений за $n-1$ лет. Проверяемая методика основана на данных наблюдений за n лет, а ряд ошибок проверочных прогнозов характеризует погрешность методики, основанной на данных наблюдений за $n-1$ лет. Однако этим обстоятельством можно пренебречь, т.к. вытекающий из формулы (2.5) коэффициент перехода близок к единице. Полученная методом «выбрасываемой точки» оценка погрешности прогноза определяется формулой:

$$V_{MBT}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_{(i)})^2. \quad (2.13)$$

Согласно данным работы [30], среднеквадратические погрешности оценок V_{MBT}^* и $\sqrt{V_{MBT}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_{MBT}^*) = V_{MBT}^* \sqrt{\frac{2}{n-k-1}} \sqrt{1 + \frac{8(k-1)}{(n-k-1)^2}}; \quad (2.14)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_{MBT}^*}) = \sqrt{V_{MBT}^*} \sqrt{\frac{1}{2(n-k-1)}} \sqrt{1 + \frac{8(k-1)}{(n-k-1)^2}}. \quad (2.15)$$

В частности, при наличии $n = 30$ лет наблюдений и оценке $k = 4$ параметров относительная погрешность $\sigma^*(\sqrt{V_{MBT}^*})/\sqrt{V}$ оценки $\sqrt{V_{MBT}^*}$ приблизительно равна 14 %.

При небольшом числе L повторений метод 2 менее трудоемкий. Однако метод «выбрасываемой точки» не требует перехода от погрешности методики прогноза, основанной на усеченном ряде за n_o лет наблюдений, к погрешности проверяемой методики. Этот переход основан на использовании теоретической формулы (2.5). Нарушение условий, в которых эта формула справедлива, может служить источником дополнительной погрешности метода 2, особенно если число повторений L невелико. Метод «выбрасываемой точки» свободен от этого недостатка и позволяет получать оценку погрешности любой методики прогноза.

Метод 4

Данный метод является наименее трудоемким. За счет использования теоретической формулы (2.5) он позволяет ограничиться проверкой методики на зависимом материале, образованном теми же данными многолетних гидрологических и метеорологических наблюдений, которые использовались для ее построения. Строго говоря, применимость данного метода ограничена условиями, для

которых формула (2.5) была получена. Стохастическая зависимость прогнозируемой величины от предикторов должна соответствовать линейной регрессионной модели, задаваемой формулой (2.3). Однако практическая применимость этого метода предусматривает выполнение менее жестких требований. Схема получения прогноза должна выражаться физико-статистической зависимостью прогнозируемой характеристики речного стока от ее предикторов. Причем эта зависимость должна соответствовать формуле (2.4), т. е. быть линейной относительно ее параметров, оцениваемых методом наименьших квадратов по данным имеющихся за n лет гидрологических и метеорологических наблюдений.

Используя определяемую формулой (2.1) стандартную оценку S^2 остаточной дисперсии зависимости прогнозируемой величины от используемых в методике предикторов, метод 4 позволяет оценивать ее погрешность в виде:

$$V_{ЛРМ}^* = S^2 \left(\frac{n-1}{n-k-1} \right). \quad (2.16)$$

Среднеквадратические погрешности оценок $V_{ЛРМ}^*$ и $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_{ЛРМ}^*) = V_{ЛРМ}^* \sqrt{\frac{2}{n-k-1}}; \quad (2.17)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_{ЛРМ}^*}) = \sqrt{V_{ЛРМ}^*} \sqrt{\frac{1}{2(n-k-1)}}. \quad (2.18)$$

В частности, при наличии $n = 30$ лет наблюдений и оценке $k = 4$ параметров относительная погрешность $\sigma^*(\sqrt{V_{ЛРМ}^*})/\sqrt{V}$ оценки $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ приблизительно равна 14 %.

При оценке погрешности методик долгосрочного или среднесрочного прогнозирования речного стока рекомендуется руководствоваться следующими общими правилами.

1. Применять метод 1 целесообразно, если после разработки и внедрения методики краткосрочного прогнозирования речного

стока прошло достаточное количество лет n_H для оценки ее погрешности на независимом материале. В противном случае целесообразно применять следующие три метода.

2. Применять метод 2 целесообразно, если в распоряжении имеется достаточное число n лет гидрологических и метеорологических наблюдений, необходимых для построения методики и ее проверки. Чем сложнее схема получения прогноза или меньше доступный объем вычислений, тем меньше должно быть число L повторений процедуры формирования обучающего и контролирующего рядов наблюдений.

3. Применять метод 3 целесообразно при небольшой продолжительности периода n многолетних гидрологических и метеорологических наблюдений и доступном объеме вычислений, который достаточен для перенастройки схемы получения прогноза n раз.

4. Применять метод 4 целесообразно при любом объеме располагаемых данных наблюдений, если прогноз определяется формулой, в которую оцениваемые параметры входят линейно. При иной схеме получения прогноза этот метод следует применять при малом объеме данных наблюдений или доступном объеме вычислений, который не достаточен для использования остальных методов.

5. При оценке погрешности прогнозов речного стока рекомендуется пользоваться несколькими методами и анализировать полученные результаты.

2.3. Пример оценки погрешности методики долгосрочного прогнозирования речного стока

Применение изложенных в настоящей главе методов демонстрируется на примере методики долгосрочного прогнозирования весеннего притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС. Методика разработана в отделе речных гидрологических прогнозов Гидрометцентра России при участии Д.А. Буракова и сотрудников ФГБУ «Среднесибирское УГМС». В качестве прогнозируемой характеристики рассматривается средний за апрель расход притока воды в водохранилище $Y = Q_{IV}$ м³/с. Ежегодная дата

выпуска прогноза $t_0 = 26.03$. Заблаговременность прогноза $\Delta t = 35$ суток. В качестве образующих вектор X предикторов используются прогноз среднего расхода притока воды за третью декаду марта $X_1 = \tilde{Q}_{III,3}$ м³/с и прогноз средней температуры приземного слоя воздуха за первую декаду апреля $X_2 = \tilde{T}_{IV,1}$ °С на метеостанции в городе Кызыл. При разработке методики использовались данные многолетних наблюдений за период с 1979 по 2003 год. Длина ряда значений прогнозируемой величины и ее предикторов равна $n = 25$. Члены этого ряда помещены в табл. 2.2.

Для получения прогноза \tilde{Y} среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище использовалась эмпирическая зависимость:

$$\tilde{Y} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2. \quad (2.19)$$

Полученные методом наименьших квадратов оценки параметров прогностической зависимости равны: $a_0^* = -319,7$; $a_1^* = 2,74$; $a_2^* = 26,35$. Определяемые формулой (2.19) при таких оценках ее параметров значения $\tilde{Y} = \tilde{Q}_{IV}$ м³/с также помещены в табл. 2.2. Тесноту зависимости прогнозируемой величины от используемых в методике предикторов характеризует множественный коэффициент корреляции $R = 0,76$.

В целях оценки погрешности рассматриваемой методики долгосрочного гидрологического прогноза используются методы, изложенные в настоящем разделе.

Пример использования метода 1

Для получения приближенной оценки погрешности рассматриваемой методики прогноза были использованы данные $n_H = 6$ лет наблюдений за последующий период с 2004 по 2009 год. Данные о прогнозируемой величине и ее предикторах за эти годы, а также проверочные прогнозы по формуле (2.19) помещены в табл. 2.3.

Таблица 2.2

Исходные данные для построения методики долгосрочного прогноза притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС за апрель

Год	$Y = Q_{IV}$ м ³ /с	$X_1 = \tilde{Q}_{III,3}$ м ³ /с	$X_2 = \tilde{T}_{IV,1}$ °С	$\tilde{Y} = \tilde{Q}_{IV}$ м ³ /с
1979	400	297	-2,6	426
1980	410	290	-6,4	306
1981	886	360	4,7	791
1982	1003	340	2,2	670
1983	394	320	-2,1	502
1984	420	285	-2,5	395
1985	561	295	2,9	565
1986	533	330	0,4	595
1987	610	338	1,6	649
1988	705	320	-0,3	549
1989	660	320	8,3	776
1990	460	290	1,5	514
1991	520	344	-1,1	594
1992	630	365	0,5	694
1993	800	453	-0,9	898
1994	698	358	2,9	738
1995	835	388	5,7	894
1996	490	290	-3,0	396
1997	1360	408	5,3	938
1998	583	317	6,6	723
1999	611	350	1,0	666
2000	740	395	0,4	773
2001	900	400	1,2	808
2002	587	415	0,0	817
2003	504	327	2,5	642

Помещенные в табл. 2.3 фактические Y и прогнозируемые \tilde{Y} значения среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС позволяют воспользоваться формулой (2.8) для получения оценки $V_H^* = 19598 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$ среднего значения квадрата ошибки прогноза по проверяемой методике. Погрешность методики характеризует квадратный корень из этой оценки, равный $\sqrt{V_H^*} = 140 \text{ м}^3/\text{с}$.

Таблица 2.3

**Данные независимых наблюдений для проверки методики
долгосрочного прогноза притока воды в водохранилище
Саяно-Шушенской ГЭС за апрель**

Годы	$Y = Q_{IV} \text{ м}^3/\text{с}$	$X_1 = \tilde{Q}_{III,3} \text{ м}^3/\text{с}$	$X_2 = \tilde{T}_{IV,1} \text{ }^\circ\text{C}$	$\tilde{Y} = \tilde{Q}_{IV} \text{ м}^3/\text{с}$
2004	917	379	4,1	827
2005	956	387	1,4	778
2006	564	412	-0,7	791
2007	1070	422	5,1	971
2008	738	394	2,6	828
2009	1150	435	7,1	1059

При получении погрешности этих оценок необходимо было проверить ряд ошибок проверочных прогнозов на наличие автокорреляции. Рассчитанная по формуле (2.6) стандартная статистическая оценка коэффициента корреляции между ошибками прогноза за смежные годы для всего периода наблюдений оказалась равной $r_1 = -0,12$. При такой оценке неравенство (2.7) выполняется и, следовательно, критерий Андерсона не обнаруживает статистически достоверной автокорреляции ряда ошибок прогноза.

Отсутствие статистически достоверной автокорреляции ряда ошибок прогноза позволяет воспользоваться формулами (2.9) и (2.10). Согласно этим формулам, среднеквадратические погрешности оценок V_H^* и $\sqrt{V_H^*}$ равны соответственно $\sigma^*(V_H^*) = 11308 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$ и $\sigma^*(\sqrt{V_H^*}) = 140 \text{ м}^3/\text{с}$.

Таким образом, при наличии всего $n_H = 6$ проверочных прогнозов на независимом материале первый метод позволяет оценить значения V и \sqrt{V} с относительной погрешностью 58 и 29 %.

Пример использования метода 2

Данный метод предназначен для ситуации, когда возможность проверки методики гидрологического прогноза на независимом материале отсутствует и в распоряжении имеются только те данные, которые предназначены для получения проверяемой методики. В рассматриваемой ситуации речь идет об использовании только помещенных в табл. 2.2 ежегодных данных за $n = 25$ лет, на основе которых была построена методика долгосрочного прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС.

В соответствии с методом 2, для оценки параметров формулы получения прогноза (2.19) использовались данные только за $n_o = 20$ лет наблюдений. Данные за оставшиеся $n_H = 5$ лет использовались в качестве независимого материала для проверки рассматриваемой методики прогноза и получения оценки V_H^* по формуле (2.11). Эта процедура повторялась $L = 5$ раз путем последовательного использования в качестве независимого материала всех пятилеток из ряда наблюдений за $n = 25$ лет. В табл. 2.4 для каждой пятилетки помещены оценки параметров прогностической зависимости (2.19), полученные по данным за оставшиеся годы после ее исключения. Там же помещены полученные по формуле (2.11) при $k = 3$ оценки V_H^* погрешности прогноза.

Окончательная оценка среднего значения квадрата ошибки прогноза по проверяемой методике определяется формулой (2.12) при $L = 5$ и составляет $\bar{V}_H^* = 24124 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$. Погрешность методики характеризует квадратный корень из этой оценки, равный $\sqrt{\bar{V}_H^*} = 155 \text{ м}^3/\text{с}$. Погрешности оценок \bar{V}_H^* и $\sqrt{\bar{V}_H^*}$ приближенно определяются формулами (2.9) и (2.10), в которых число $n_H = 6$ заменено числом $n = 25$. Согласно этим формулам, среднеквадра-

тические погрешности оценок \bar{V}_n^* и $\sqrt{\bar{V}_n^*}$ равны, соответственно, $\sigma^*(V_n^*) = 6823 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$ и $\sigma^*(\sqrt{V_n^*}) = 22 \text{ м}^3/\text{с}$. Таким образом, метод 2 позволяет значительно точнее оценивать значения V и \sqrt{V} с относительной погрешностью 28 и 14 %.

Таблица 2.4

Результаты последовательного исключения пятилеток при использовании метода 2

Пятилетка	a_0^*	a_1^*	a_2^*	$V_n^* \text{ (м}^3/\text{с)}^2$
1979–1983	–370,5	2,83	25,41	31338
1984–1988	–357,7	2,83	27,35	6313
1989–1993	–358,6	2,91	27,65	11124
1994–1998	–135,4	2,16	24,79	49156
1999–2003	–445,6	3,17	24,15	22688

Пример использования метода 3

В рассматриваемой ситуации метод 3 состоит в последовательном исключении данных за один из $n = 25$ имеющихся в распоряжении лет наблюдений. При исключении года под номером i оценка параметров формулы получения прогноза (2.19) выполнялась методом наименьших квадратов по оставшимся наблюдениям за $n-1 = 24$ год. Полученные без данных i -го года оценки $a_{0(i)}^*$, $a_{1(i)}^*$, $a_{3(i)}^*$ и соответствующие этому году значения предикторов подставлялись в формулу (2.19) для получения прогноза $\tilde{Y}_{(i)}$.

Данная процедура выполнялась поочередно для всех лет $i = 1, \dots, n=25$ с возвращением в обучающий ряд данных года, исключенного на предыдущем этапе. В результате был образован ряд ошибок прогноза $Y_1 - \tilde{Y}_{(1)}$, ..., $Y_n - \tilde{Y}_{(n)}$. Полученные для каждого года оценки параметров прогностической зависимости $a_{0(i)}^*$, $a_{1(i)}^*$, $a_{2(i)}^*$ и ошибки прогноза $Y_i - \tilde{Y}_{(i)}$ помещены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Результаты последовательного исключения лет при использовании метода 3

Год	$a_{0(i)}^*$	$a_{1(i)}^*$	$a_{2(i)}^*$	$Y_i - \tilde{Y}_{(i)} \text{ М}^3/\text{с}$
1979	-311,0	2,72	26,02	-28
1980	-360,2	2,83	30,10	143
1981	-318,9	2,73	24,98	105
1982	-350,7	2,79	24,80	350
1983	-302,3	2,71	25,03	-117
1984	-331,3	2,77	26,65	29
1985	-318,0	2,73	26,39	-4
1986	-311,6	2,72	26,22	-64
1987	-316,1	2,73	26,44	-40
1988	-350,3	2,81	27,03	166
1989	-262,7	2,57	31,17	-160
1990	-293,2	2,67	26,66	-60
1991	-320,2	2,75	25,65	-78
1992	-328,2	2,77	26,08	-66
1993	-437,9	3,11	23,99	-148
1994	-320,9	2,75	26,59	-41
1995	-332,6	2,78	27,35	-67
1996	-358,3	2,83	27,74	110
1997	-145,4	2,19	20,35	503
1998	-260,2	2,57	30,42	-173
1999	-320,2	2,75	26,29	-56
2000	-332,3	2,78	26,11	-36
2001	-281,2	2,61	26,75	104
2002	-458,2	3,18	23,69	-275
2003	-292,1	2,67	27,31	-146

Для оценки среднего значения квадрата ошибки прогноза по методике, основанной на данных наблюдений за $n = 25$ лет, использована формула (2.13). Полученная методом «выбрасываемой точки» оценка среднего значения квадрата ошибки прогноза по

проверяемой методике составляет $V_{МВТ}^* = 26922 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$. Погрешность методики характеризует квадратный корень из этой оценки, равный $\sqrt{V_{МВТ}^*} = 164 \text{ м}^3/\text{с}$.

Согласно формулам (2.14) и (2.15), среднеквадратические погрешности оценок $V_{МВТ}^*$ и $\sqrt{V_{МВТ}^*}$ равны, соответственно, $\sigma^*(V_{МВТ}^*) = 8458 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$ и $\sigma^*(\sqrt{V_{МВТ}^*}) = 26 \text{ м}^3/\text{с}$. Таким образом, метод «выбрасываемой точки» позволяет оценить значения V и \sqrt{V} с относительной погрешностью 34 и 16 %.

Пример использования метода 4

Формула (2.19) получения долгосрочного прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС соответствует условиям применимости метода 4. Рассчитанная по формуле (2.1) стандартная оценка остаточной дисперсии зависимости прогнозируемой величины от используемых в методике предикторов равна $S^2 = 22960 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$. Формула (2.6) дает оценку среднего значения квадрата ошибки прогноза по проверяемой методике, равную $V_{ЛРМ}^* = 26240 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$. Погрешность методики характеризует квадратный корень из этой оценки, равный $\sqrt{V_{ЛРМ}^*} = 162 \text{ м}^3/\text{с}$.

Согласно формулам (2.17) и (2.18), среднеквадратические погрешности оценок $V_{ЛРМ}^*$ и $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ равны, соответственно, $\sigma^*(V_{ЛРМ}^*) = 8098 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$ и $\sigma^*(\sqrt{V_{ЛРМ}^*}) = 25 \text{ м}^3/\text{с}$. Таким образом, метод 4 позволяет оценить значения V и \sqrt{V} с относительной погрешностью 31 и 15 % соответственно.

Данный пример показывает, что для методики долгосрочного прогнозирования апрельского притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС все четыре метода дали близкие оценки ее погрешности.

ГЛАВА 3

СРАВНЕНИЕ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИК ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА

3.1. Сравнение методик долгосрочного прогнозирования речного стока

В практике гидрологического прогнозирования нередко встречаются ситуации, когда для одной и той же характеристики речного стока могут использоваться несколько методик ее прогноза с одинаковой заблаговременностью. В подобных ситуациях возникает необходимость выбора наиболее точной из них. При разработке новой методики требуется обоснование ее преимущества перед методикой, применявшейся ранее. Во всех таких ситуациях должна решаться задача выявления статистически достоверного различия между оценками погрешности различных методик прогноза.

Рассмотрим ситуацию, когда для одной и той же характеристики речного стока Y водного объекта имеются две конкурирующие методики ее долгосрочного или среднесрочного прогнозирования с одинаковой заблаговременностью. Методики могут различаться составом учитываемых ими предикторов, схемой получения прогноза, составом и способом оценки входящих в эту схему параметров или видом графиков прогностических зависимостей. Обозначим через \tilde{Y}_1 и \tilde{Y}_2 прогноз величины Y , получаемый с

помощью первой и второй методики, а через V_1 и V_2 определяемые формулой (1.9) средние значения квадрата ошибки такого прогноза, т. е. истинные значения погрешностей сравниваемых методик. Оценки V_1^* и V_2^* должны быть получены рекомендуемыми в разделе 2.2 методами на основе рядов проверочных прогнозов на зависимом или независимом материале гидрометеорологических наблюдений за n_1 и n_2 лет соответственно. Некоторое число $n_{1,2}$ проверочных прогнозов может приходиться на одни и те же годы.

Обозначим через $\tilde{Y}_{1,i}$ и $\tilde{Y}_{2,i}$ значения прогноза по обеим методикам величины Y_i для года с номером i из общего для этих методик ряда проверочных прогнозов. Между ошибками прогноза $Y_i - \tilde{Y}_{1,i}$ и $Y_i - \tilde{Y}_{2,i}$ по сравниваемым методикам за один и тот же год может иметь место весьма значительная корреляция. Она обусловлена общим фактическим значением прогнозируемой величины Y_i , наличием у обеих методик одинаковых или сильно коррелированных между собой предикторов. Существенный вклад в корреляцию между ошибками прогноза вносят неучтенные обеими методиками факторы формирования речного стока. К числу таких факторов относятся погодные условия в период заблаговременности прогноза.

Стандартная оценка коэффициента корреляции между ошибками прогноза $Y_i - \tilde{Y}_{1,i}$ и $Y_i - \tilde{Y}_{2,i}$ при $i = 1, \dots, n_{1,2}$ учитывает, что среднее значение ошибки прогноза практически всегда близко к нулю и определяется формулой:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n_{1,2}} (Y_i - \tilde{Y}_{1,i})(Y_i - \tilde{Y}_{2,i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_{1,2}} (Y_i - \tilde{Y}_{1,i})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{1,2}} (Y_i - \tilde{Y}_{2,i})^2}}. \quad (3.1)$$

Согласно критерию Питмена, оцениваемый коэффициент корреляции статистически достоверно отличается от нуля, если выполняется неравенство:

$$\frac{|r| \sqrt{n_{1,2} - 2}}{\sqrt{1 - r^2}} \geq \tau(n_{1,2} - 2, \alpha/2), \quad (3.2)$$

где $\tau(n_{1,2} - 2, \alpha/2)$ квантиль распределения Стьюдента с $n_{1,2} - 2$ степенями свободы, соответствующий вероятности превышения $\alpha/2$. Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать коэффициент корреляции отличным от нуля, когда на самом деле он равен нулю [12, 15, 55]. В табл. 3.1 помещены критические значения $\tau(n_{1,2} - 2, \alpha/2)$ для различных величин $n_{1,2} - 2$ при $\alpha = 5\%$ [6].

Таблица 3.1

Критические значения $\tau(n_{1,2} - 2, \alpha/2)$ для критерия Питмена при $\alpha = 5\%$

$n_{1,2} - 2$	10	15	20	30	40	60
$\tau(n_{1,2} - 2, \alpha/2)$	2,23	2,13	2,09	2,04	2,02	2,00

Если неравенство (3.2) не выполняется, то можно считать, что оценка r коэффициента корреляции между ошибками прогноза по обоим методикам отличается от нуля незначительно, и в последующих расчетах эту оценку следует заменять нулем.

Опыт показывает, что практически всегда оценка r статистически достоверно превышает нуль. Корреляция между ошибками прогноза по сравниваемым методикам обязательно должна приниматься во внимание при сравнении оценок V_1^* и V_2^* , т. к. приводит к повышению вероятности обнаружения преимущества одной из методик, т. е. к повышению мощности статистических критериев, применяемых для их сравнения [31].

Предположим, что первая методика выглядит точнее, т. е. выполняется неравенство $V_1^* < V_2^*$. Это может быть обусловлено тем, что первая методика действительно точнее второй, т. е. имеет место неравенство $V_1 < V_2$. Однако, преимущество первой методики может оказаться мнимым и быть обусловленным статистической

погрешностью сравниваемых оценок. Подтверждение или опровержение преимущества первой методики перед второй сводится к проверке статистической гипотезы ($V_1 = V_2$) против альтернативы ($V_1 < V_2$).

В зависимости от свойств каждого из рядов ошибок проверочных прогнозов для оценки достоверности преимущества первой методики рекомендуются к применению следующие три статистических критерия. При их использовании необходимо принимать во внимание, что если оценка погрешностей сравниваемых методик выполнялась на зависимом материале, то в ходе такой проверки необходимо учитывать число оцениваемых параметров k_1 и k_2 в каждой из них. Если оценка погрешностей выполнялась на независимом материале, то в последующих расчетах значения k_1 и k_2 следует заменять нулями.

Критерий 1

Данный критерий обладает максимально возможной мощностью, т. е. вероятностью отвергнуть ошибочную гипотезу, если выполнены следующие условия.

1. Зависимость прогнозируемой величины от используемых первой методикой предикторов описывается рассмотренной в разделе 2.1 линейной регрессионной моделью, а ее прогноз по первой методике определяется формулой вида (2.4).

2. Вторая методика представляет упрощенный вариант первой за счет сокращения числа предикторов, уменьшения числа слагаемых в формуле (2.4) или отказа от оценки части ее параметров за счет использования их заранее заданного, например обобщенного, значения. Такое упрощение формулы получения прогноза по второй методике можно выразить в виде предположения о том, что последние m параметров равны нулю: $a_{k-m+1} = \dots = a_k = 0$.

3. Оценка параметров формулы выпуска прогноза по обеим методикам и оценка погрешностей получаемого с их помощью прогноза осуществляется по одному и тому же многолетнему ряду значений прогнозируемой величины и ее предикторов, т. е. выполняется равенство $n_1 = n_2 = n_{1,2} = n$.

4. Погрешности сравниваемых методик V_1^* и V_2^* определяются методом 4 с помощью формул (2.1) и (2.16), в которых число параметров k заменяется величинами $k_1 = k$ и $k_2 = k - m$ соответственно.

В этих условиях для сравнения оценок погрешности прогноза V_1^* и V_2^* рекомендуется применять критерий дисперсионного анализа Фишера, который имеет максимальную мощность и автоматически учитывает корреляцию между ошибками прогноза по сравниваемым методикам [12]. При уровне значимости α неравенство $V_1^* < V_2^*$ следует признать статистически достоверным, а первую методику прогноза – явно более точной, если выполняется неравенство:

$$F = \frac{(n-k+m)(n-k+m-1)V_2^* - (n-k)(n-k-1)V_1^*}{m(n-k-1)V_1^*} > F_{m,n-k}(\alpha), \quad (3.3)$$

где $F_{m,n-k}(\alpha)$ – квантиль F -распределения Фишера со степенями свободы m и $n-k$, соответствующий вероятности превышения α . Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать первую методику более точной, когда на самом деле справедлива гипотеза ($V_1 = V_2$). В табл. 3.2 помещены критические значения $F_{m,n-k}(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$ для различных значений m и $n-k$.

Таблица 3.2

Критические значения $F_{m,n-k}(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$

$n-k$	15	20	30	40	60	120	∞
$m=1$	4,54	4,35	4,17	4,08	4,00	3,92	3,84
$m=2$	3,68	3,49	3,31	3,23	3,15	3,07	3,00
$m=3$	3,29	3,10	2,92	2,84	2,76	2,68	2,60
$m=4$	3,06	2,87	2,69	2,61	2,53	2,45	2,37
$m=5$	2,90	2,71	2,53	2,45	2,37	2,29	2,21
$m=6$	2,80	2,60	2,42	2,33	2,25	2,17	2,10

При больших значениях величины $n - k$ следует использовать крайний столбец, соответствующий бесконечно большому значению этой величины [6].

Критерий 2

Данный критерий представляет упрощенный вариант асимптотически наиболее мощного критерия отношения правдоподобия Вальда [12]. Его применение предполагает выполнение следующих условий.

1. Проверка обеих методик производится на основе результатов проверочных прогнозов за одни и те же годы в количестве n , т.е. выполняется равенство $n_1 = n_2 = n_{1,2} = n$.

2. Для каждой методики ряд ошибок проверочных прогнозов образует случайную выборку из нормального распределения вероятностей.

3. Сравнимые оценки их погрешностей V_1^* и V_2^* определялись описанными в главе 2 методами 1, 2 или 3.

При уровне значимости α неравенство $V_1^* < V_2^*$ следует признать статистически достоверным, а первую методику прогноза – явно более точной, если выполняется неравенство:

$$B = n \ln \left[1 + \frac{(V_2^* - V_1^*)^2}{4V_1^*V_2^*(1-r^2)} \right] > \chi_1^2(\alpha), \quad (3.4)$$

где $\chi_1^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения с одной степенью свободы, соответствующий вероятности превышения α . Для различных значений уровня значимости α критические значения $\chi_1^2(\alpha)$ приведены в табл. 3.3 [6].

Таблица 3.3

Критические значения $\chi_1^2(\alpha)$ при разной величине уровня значимости α

$\alpha, \%$	0,5	1	2,5	5	10	20
$\chi_1^2(\alpha)$	7,88	6,64	5,02	3,84	2,71	1,64

Следует обратить внимание на то, что при увеличении коэффициента r левая часть неравенства (3.4) возрастает. Это свидетельствует о том, что при высокой корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам даже небольшое на первый взгляд преимущество одной из них становится статистически достоверным.

Критерий 3

Данный критерий предназначен для наиболее общего случая, когда не накладывается никаких ограничений на свойства рядов ошибок проверочных прогнозов. В такой ситуации рекомендуется критерий, основанный на расстоянии Махаланобиса многомерного статистического анализа [13]. В этом критерии необходимо учитывать погрешности $\sigma^*(V_1^*)$ и $\sigma^*(V_2^*)$ оценок V_1^* и V_2^* , которые в зависимости от метода получения этих оценок определяются формулами раздела 2.2. Единственным условием применимости данного критерия является достаточно большое число n_1 и n_2 проверочных прогнозов для каждой из сравниваемых методик.

При уровне значимости α неравенство $V_1^* < V_2^*$ следует признать статистически достоверным, а первую методику прогноза – явно более точной, если выполняется неравенство:

$$M = \frac{V_2^* - V_1^*}{\sqrt{[\sigma^*(V_1^*)]^2 + [\sigma^*(V_2^*)]^2 - 2 \frac{n_{1,2}}{\sqrt{n_1 n_2}} r^2 \sigma^*(V_1^*) \sigma^*(V_2^*)}} > t(\alpha), \quad (3.5)$$

где $t(\alpha)$ – квантиль нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения α . В частности, $t(\alpha) = 1,64$ при $\alpha = 5\%$. Для случая $n_1 = n_2 = n_{1,2} = n$ и $\alpha = 5\%$ в табл. 3.4 приведены критические значения для соотношения $\sqrt{V_2^*} / \sqrt{V_1^*}$, при превышении которых первую методику прогноза следует признать статистически достоверно более точной.

Помещенные в таблице данные наглядно демонстрируют роль коэффициента корреляции r между ошибками, полученными для

первой и второй методик. Например, критические значения для показателя $\sqrt{V_2^*} / \sqrt{V_1^*}$ при $r=0,95$ лишь немногим превосходят единицу. Это означает, что в условиях почти синхронных колебаний ошибок прогноза по сравниваемым методикам даже на первый взгляд незначительная разность в оценках их погрешности свидетельствует о статистически достоверном преимуществе одной из них.

Таблица 3.4

Критические значения для показателя $\sqrt{V_2^*} / \sqrt{V_1^*}$ при $\alpha = 5\%$

r	0	0,25	0,50	0,75	0,95
$n = 25$	1,58	1,56	1,49	1,36	1,16
$n = 50$	1,35	1,33	1,29	1,22	1,10

3.2. Пример сравнения методик долгосрочного прогнозирования речного стока

В качестве примера рассматривается сравнение двух методик долгосрочного прогнозирования среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС с заблаговременностью 35 суток. Обе методики основаны на одних и тех же данных за период с 1979 по 2003 г., представленных в табл. 2.2.

Первая методика изложена в разделе 2.3 в связи с оценкой ее погрешности рекомендуемыми в главе 2 методами. Формула (2.19) получения прогноза по данной методике соответствует условиям применимости метода 4. Формула (2.6) дает оценку среднего значения квадрата ошибки прогноза по проверяемой методике, равную $V_{\text{ЛРМ}}^* = 26240 \text{ (м}^3/\text{с)}^2$. Погрешность методики характеризует квадратный корень из этой оценки, равный $\sqrt{V_{\text{ЛРМ}}^*} = 162 \text{ м}^3/\text{с}$.

Вторая методика представляет упрощение первой за счет отказа от второго предиктора – прогноза средней температуры приземного слоя воздуха за первую декаду апреля $X_2 = \tilde{T}_{IV,1} \text{ }^\circ\text{C}$ на метеостанции в городе Кызыл. В этой методике учитывается только

один предиктор – прогноз среднего расхода притока воды за третью декаду марта $X_1 = \tilde{Q}_{III,3}$ м³/с. Для получения прогноза \tilde{Y}_2 среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище во второй методике использовалась эмпирическая зависимость:

$$\tilde{Y}_2 = 3,21 X_1 - 451, \quad (3.6)$$

параметры которой были получены методом наименьших квадратов по тем же данным за $n = 25$ лет. Тесноту зависимости прогнозируемой величины от используемых в методике предикторов характеризует множественный коэффициент корреляции $R_2 = 0,65$. Рассчитанная по формуле (2.6) стандартная статистическая оценка коэффициента корреляции между ошибками прогноза за смежные годы для всего периода наблюдений оказалась равной $r_1 = 0,083$. При такой оценке неравенство (2.7) выполняется и, следовательно, критерий Андерсона не обнаруживает статистически достоверной автокорреляции ряда ошибок прогноза.

Полученная по формуле (2.6) методом 4 оценка среднего значения квадрата ошибки прогноза по проверяемой методике составляет $V_2^* = 30945$ (м³/с)². Погрешность методики характеризует квадратный корень из этой оценки, равный $\sqrt{V_2^*} = 176$ м³/с. Согласно формулам (2.17) и (2.18), метод 4 позволяет оценить значения V и \sqrt{V} с относительной погрешностью 31 и 15 %.

Оценка по формуле (3.1) коэффициента корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам $r = 0,86$ и неравенство (3.2) выполняется при любом разумном уровне значимости критерия α . Таким образом, согласно критерию Питмена между ошибками прогноза по сравниваемым методикам за одни и те же годы имеется статистически достоверная корреляция.

При сравнении обеих методик применяются изложенные выше статистические критерии с учетом специфики этих методик, оценок их погрешностей V_1^* , V_2^* и оценки коэффициента корреляции r между их ошибками.

Пример использования критерия 1

Линейный вид формулы получения прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС по первой методике и отказ от одного предиктора во второй упрощенной методике позволяют воспользоваться наиболее мощным критерием 1. Определяемый формулой (3.3) показатель критерия равен $F = 3,27$. Обе методики используют один и тот же ряд наблюдений за $n = 25$ лет. Число параметров для первой методики $k_1 = k = 3$, для второй методики $k_2 = k - m = 2$ при $m = 1$. При стандартном уровне значимости $\alpha = 5\%$ критическое значение $F_{1,22}(5\%) = 4,35$. При таком уровне значимости неравенство (3.3) не выполняется, и согласно критерию 1 преимущество первой методики не может быть признано статистически достоверным. При $\alpha = 10\%$ критическое значение $F_{1,22}(10\%) = 2,95$ и неравенство (2.3) уже выполняется, а преимущество первой методики может быть признано статистически достоверным. В подобной ситуации нельзя сделать однозначный вывод о преимуществе первой методики и, следовательно, о нецелесообразности отказа от использования прогноза средней температуры воздуха за первую декаду апреля на метеостанции в городе Кызыл во второй упрощенной методике.

Пример использования критерия 2

При использовании более общего критерия 2 определяемый формулой (3.4) показатель критерия равен $B = 0,66$. Даже при весьма высоком уровне значимости $\alpha = 10\%$ критическое значение равно $\chi_1^2(10\%) = 2,71$ и, следовательно, неравенство (3.4) не выполняется. Согласно критерию 2, преимущество первой методики так же не может быть признано статистически достоверным.

Пример использования критерия 3

При использовании наиболее общего критерия 3 определяемый формулой (3.5) показатель критерия равен $M = 0,74$. Даже

при весьма высоком уровне значимости $\alpha=10\%$ критическое значение $t(5\%)=1,645$ и неравенство (3.5) не выполняется. Согласно критерию 3, явное преимущество первой методики так же не может быть признано статистически достоверным.

Таким образом, при долгосрочном прогнозировании среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС учет прогноза средней температуры приземного слоя воздуха за первую декаду апреля $X_2 = \tilde{T}_{IV,1}$ °С на метеостанции в городе Кызыл в качестве второго предиктора не дает статистически достоверного повышения точности.

3.3. Оценка эффективности методик долгосрочного прогнозирования речного стока

Методики долгосрочного прогнозирования характеристик речного стока строятся на основе учета располагаемой на дату составления прогноза гидрометеорологической информации о факторах ее изменчивости. В качестве альтернативы может использоваться прогноз, основанный на статистическом анализе многолетних данных только о самой прогнозируемой характеристике. Как правило, для долгосрочных и выпускаемых один раз в год среднесрочных гидрологических прогнозов в качестве такой безусловной альтернативы рассматривается климатический прогноз. Практическое применение методики может считаться оправданным, если она явно точнее климатического прогноза. Для некоторых методик среднесрочного и даже долгосрочного прогнозирования речного стока в качестве безусловной альтернативы используется инерционный прогноз. Подобные ситуации встречаются при прогнозировании речного стока или притока воды в водохранилище за декаду, а в условиях зимней межени – за месяц [5, 21, 27]. Использование инерционного прогноза при оценке эффективности методик прогнозирования речного стока различной заблаговременности рассматривается в главе 7.

Климатический прогноз характеристики речного стока Y выражается ее нормой \bar{Y} , рассчитанной по ряду Y_1, \dots, Y_n данных многолетних наблюдений за n лет. Погрешность такого прогноза

принято характеризовать оценкой дисперсии величины Y по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2. \quad (3.7)$$

Погрешность климатического прогноза сравнивается с погрешностью прогноза по оцениваемой методике. Для нее принято использовать определяемый формулой (2.1) показатель S^2 . Этот показатель приближенно оценивает остаточную дисперсию, которая согласно формуле (2.2) связана с дисперсией прогнозируемой величины и корреляционным отношением R .

Корреляционное отношение характеризует степень зависимости прогнозируемой величины от используемых в методике предикторов и равно стандартной статистической оценке коэффициента корреляции между фактическими значениями величины Y и значениями их прогнозов \tilde{Y} по многолетнему ряду ежегодных проверочных прогнозов $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$. Если прогноз определяется уравнением линейной регрессии, то R совпадает с оценкой множественного коэффициента корреляции прогностической зависимости. Квадрат этой оценки выражается формулой:

$$R^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}, \quad (3.8)$$

где Y_i – фактическое значение; а \tilde{Y}_i – ее прогноз по оцениваемой методике для года i . Число k определяет количество параметров, входящих в формулу выпуска прогноза.

Формула (3.8) представляет исправленный вариант показателя Нэша – Сатклиффа, широко используемый в ряде стран в качестве показателя эффективности методики прогноза [27, 48, 52, 55].

В отечественной практике используется содержащее ту же информацию отношение S/σ . В зависимости от этого показателя и числа проверочных прогнозов n методика долгосрочного или

среднесрочного прогнозирования по своей эффективности относится к одной из трех возможных категорий качества в соответствии с табл. 3.5 [5, 21].

Таблица 3.5

Показатели качества методики долгосрочного прогнозирования

Категория оценки	$n \leq 15$	$15 < n < 25$	$n \geq 25$
хорошая	$S/\sigma \leq 0,40$	$S/\sigma \leq 0,45$	$S/\sigma \leq 0,50$
удовлетворительная	$0,40 < S/\sigma \leq 0,70$	$0,45 < S/\sigma \leq 0,75$	$0,50 < S/\sigma \leq 0,80$
неудовлетворительная	$S/\sigma > 0,70$	$S/\sigma > 0,75$	$S/\sigma > 0,80$

Описанная процедура оценки эффективности методик долгосрочного и среднесрочного прогноза характеристик гидрологического режима не учитывает ряд важных свойств, используемых в этой схеме статистических оценок.

Определяемая формулой (3.7) оценка σ^2 занижает погрешность климатического прогноза и не учитывает возможную автокорреляцию членов многолетнего ряда Y_1, \dots, Y_n , и, прежде всего, коэффициент корреляции $r_{k,1}$ между смежными членами этого ряда. Для характеристик половодий и паводков этот коэффициент близок к нулю и, следовательно, может не приниматься во внимание. Однако для характеристик меженного стока, который формируется за счет медленно изменяющихся от года к году запасов подземных вод глубокого залегания, коэффициент автокорреляции $r_{k,1}$ может быть значительным [22]. Этот коэффициент следует оценивать по формуле:

$$r_{k,1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (Y_i - \bar{Y})(Y_{i+1} - \bar{Y})}{(n-1)\sigma^2}. \quad (3.9)$$

Статистическую достоверность оценки $r_{k,1}$ следует устанавливать с помощью описанного в разделе 2.1 критерия Андерсона.

Если неравенство (2.7) не выполняется, то оценка $r_{K,1}$ практически не отличается от нуля, и в последующих расчетах ее надо заменить нулем.

Согласно данным работ [13, 29, 32], несмещенная оценка погрешности климатического прогноза может приближенно определяться формулой:

$$V_K^* = \sigma^2 \frac{(n+1)}{n} \left[\frac{n}{n-1} - \frac{1+r_{K,1}}{(n-1)(1-r_{K,1})} \right]^{-1}. \quad (3.10)$$

Среднее значение этой оценки равно истинной погрешности климатического прогноза V_K . Среднеквадратические погрешности оценок V_K^* и $\sqrt{V_K^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_K^*) = V_K^* \sqrt{\frac{2}{n-1}} \sqrt{\frac{1+r_{K,1}^2}{1-r_{K,1}^2}}, \quad (3.11)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_K^*}) = \sqrt{V_K^*} \sqrt{\frac{1}{2(n-1)}} \sqrt{\frac{1+r_{K,1}^2}{1-r_{K,1}^2}}. \quad (3.12)$$

Несмещенную оценку V^* погрешности методики долгосрочного или среднесрочного прогноза характеристики гидрологического режима следует получать в зависимости от объема и свойств имеющихся в распоряжении данных одним из четырех методов, описанных в разделе 2.2.

Согласно выводам предыдущего раздела, при сравнении этих оценок V^* и V_K^* необходимо учитывать коэффициент корреляции между ошибками $Y_i - \tilde{Y}_i$ прогноза по оцениваемой методике и ошибками $Y_i - \bar{Y}$ климатического прогноза для каждого года $i = 1, \dots, n$. Оценка этого коэффициента определяется формулой:

$$r = \sqrt{1 - R^2}, \quad (3.13)$$

где R – получаемая с помощью формулы (3.8) оценка корреляционного отношения.

В целях оценки эффективности методики долгосрочного или среднесрочного прогноза характеристики гидрологического режима следует проверить статистическую достоверность неравенства $V^* < V_K^*$. Для решения этой задачи в зависимости от особенностей имеющихся в распоряжении данных рекомендуется использовать один из трех критериев. Эти критерии вытекают из рекомендуемых в разделе 3.1 общих критериев сравнения двух различных методик долгосрочного прогнозирования характеристик речного стока с одинаковой заблаговременностью.

Критерий 1

Данный наиболее мощный критерий дисперсионного анализа предназначен для ситуации, когда связь между прогнозируемой характеристикой речного стока и используемыми в методике предикторами описывается рассмотренной в разделе 2.1 линейной регрессионной моделью, содержащей свободный член в формуле (2.3). При этом корреляция между ошибками прогноза по оцениваемой методике и ошибками климатического прогноза критерием учитывается автоматически. Соотношение $V^* < V_K^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$F_K = \frac{(n-1)\sigma^2 - (n-k)S^2}{(k-1)S^2} > F_{k-1, n-k}(\alpha), \quad (3.14)$$

где $F_{k-1, n-k}(\alpha)$ – квантиль F -распределения Фишера со степенями свободы $k-1$ и $n-k$, соответствующий вероятности превышения α . Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать методику более точной, когда на самом деле ее погрешность совпадает с погрешностью климатического прогноза, т. е. справедлива гипотеза ($V = V_K$). Значения $F_{k-1, n-k}(\alpha)$ определяются доступными компьютерными программами или статистическими таблицами [6].

Критерий 2

Данный более общий и, следовательно, менее мощный критерий предназначен для ситуации, когда уже не требуется, чтобы связь между прогнозируемой гидрологической характеристикой и используемыми в методике предикторами описывалась линейной регрессионной моделью. Однако сохраняется предположение о том, что ряды ошибок проверочных прогнозов образуют выборку из нормального распределения вероятностей. Соотношение $V^* < V_K^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$B_K = (n - k) \ln \left[1 + \frac{(V_K^* - V^*)^2}{4V^*V_K^*R^2} \right] > \chi_1^2(\alpha), \quad (3.15)$$

где $\chi_1^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения с одной степенью свободы, соответствующий вероятности превышения α . При $\alpha = 5\%$ критическое значение равно $\chi_1^2(5\%) = 3,84$. Для других уровней значимости α критические значения $\chi_1^2(\alpha)$ приведены в табл. 3.3.

Критерий 3

Данный критерий предназначен для наиболее общего случая, когда не накладывается никаких ограничений на свойства рядов ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике и ошибок климатического прогноза. Единственным условием применимости данного критерия является достаточно большое число n проверочных прогнозов.

В этом критерии необходимо учитывать погрешности $\sigma^*(V^*)$ и $\sigma^*(V_K^*)$ оценок V^* и V_K^* , которые в зависимости от метода получения этих оценок определяются указанными выше формулами раздела 2.2. Соотношение $V^* < V_K^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$M_K = \frac{V_K^* - V^*}{\sqrt{[\sigma^*(V^*)]^2 + [\sigma^*(V_K^*)]^2 - 2(1 - R^2)\sigma^*(V^*)\sigma^*(V_K^*)}} > t(\alpha), \quad (3.16)$$

где $t(\alpha)$ – квантиль нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения α . В частности, $t(\alpha) = 1,64$ при $\alpha = 5\%$.

Рекомендуемые критерии позволяют получать статистически достоверный вывод о преимуществе рассматриваемой методики долгосрочного или среднесрочного прогноза гидрологической характеристики по сравнению с климатическим прогнозом. Это преимущество выражается неравенством $V < V_K$, которое должно выполняться для истинных значений сравниваемых погрешностей прогноза. Однако на заключительном этапе оценки эффективности рассматриваемой методики прогноза может возникнуть потребность в некотором «запасе прочности». Тот факт, что погрешность методики ниже, чем у климатического прогноза, может оказаться недостаточным для вывода об эффективности ее практического использования. Необходимо, чтобы ее преимущество было бы достаточно ощутимым.

Это требование усиленной эффективности методики можно выразить равносильными неравенствами $\sqrt{V} < \gamma \sqrt{V_K}$, в которых коэффициент γ характеризует запас эффективности методики. Чем он ниже, тем больше ее преимущество перед климатическим прогнозом. Например, при $\gamma = 0,5$ показатель ее погрешности прогноза \sqrt{V} должен быть в два раза ниже, чем показатель $\sqrt{V_K}$ погрешности климатического прогноза.

Критерий усиленной эффективности

В целях проверки статистической достоверности неравенства $\sqrt{V} < \gamma \sqrt{V_K}$ или $V < \gamma^2 V_K$ рекомендуется использовать приспособленный для решения поставленной задачи вариант наиболее общего критерия 3. При уровне значимости α соотношение $V^* < \gamma^2 V_K^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$M_{\gamma} = \frac{\gamma^2 V_K^* - V^*}{\sqrt{[\sigma^*(V^*)]^2 + [\gamma^2 \sigma^*(V_K^*)]^2 - 2\gamma^2(1-R^2)\sigma^*(V^*)\sigma^*(V_K^*)}} > t(\alpha). \quad (3.17)$$

Данный критерий усиленной эффективности методики существенно упрощается при отсутствии автокорреляции в сравниваемых рядах ошибок проверочных прогнозов и при относительно небольшом числе оцениваемых параметров k по сравнению с числом n проверочных прогнозов. В этом случае погрешность климатического прогноза и погрешность оцениваемой методики характеризуют определяемые формулами (2.1) и (3.7) традиционные показатели S^2 и σ^2 .

Упрощенный критерий усиленной эффективности.

Согласно упрощенному варианту данного критерия соотношение $V^* < \gamma^2 V_K^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$\tilde{M}_{\gamma} = \sqrt{2} \frac{\gamma^2 - (S/\sigma)^2}{\sqrt{(S/\sigma)^4 + \gamma^4 - 2\gamma^2(1-R^2)(S/\sigma)^2}} > t(\alpha). \quad (3.18)$$

В табл. 3.6 для $\alpha = 5\%$ приведены максимальные значения отношения S/σ , при которых неравенство (3.18) выполняется и, следовательно, неравенство $V^* < \gamma^2 V_K^*$ может быть признано статистически достоверным.

Таблица 3.6

Максимальные значения отношения S/σ при $\alpha = 5\%$

n	10	20	30	40	50	60
$\gamma = 0,50$	0,28	0,35	0,38	0,39	0,40	0,41
$\gamma = 0,60$	0,35	0,43	0,46	0,48	0,49	0,50
$\gamma = 0,70$	0,42	0,51	0,55	0,57	0,58	0,59
$\gamma = 0,80$	0,50	0,60	0,64	0,67	0,68	0,69
$\gamma = 0,90$	0,60	0,71	0,76	0,78	0,79	0,80

3.4. Пример оценки эффективности методики долгосрочного прогнозирования речного стока

В качестве примера рассматривается оценка эффективности методики долгосрочного прогнозирования среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС с заблаговременностью 35 суток.

Методика изложена в разделе 2.3 и основана на данных за период с 1979 по 2003 год, представленных в табл. 2.2. Определяемая формулой (2.1) стандартная оценка погрешности прогноза на зависимом материале составляет $S = 152 \text{ м}^3/\text{с}$. Погрешность методики характеризует величина $\sqrt{V^*} = 162 \text{ м}^3/\text{с}$. Относительная погрешность этой оценки составляет, соответственно, 15 %.

В качестве безусловной альтернативы рассматривается климатический прогноз, при котором используется только норма этой характеристики $\bar{Y} = 652 \text{ м}^3/\text{с}$, рассчитанная по ряду многолетних наблюдений за $n = 25$ лет. Полученная по формуле (3.7) стандартная оценка погрешности климатического прогноза равна $\sigma = 223 \text{ м}^3/\text{с}$.

Рассчитанная по формуле (3.9) оценка $r_{K,1} = -0,04$ коэффициента корреляции между смежными членами многолетнего ряда значений прогнозируемой величины Y близка к нулю и свидетельствует об отсутствии автокорреляции. Полученная по формуле (3.10) оценка среднего значения квадрата ошибки климатического прогноза составляет $V_K^* = 51528 (\text{м}^3/\text{с})^2$. Погрешность климатического прогноза характеризует величина $\sqrt{V_K^*} = 227 \text{ м}^3/\text{с}$. Согласно формулам (3.11) и (3.12), относительная погрешность этих оценок составляет, соответственно, 29 и 14 %. Для всех 25 лет ошибки прогноза по оцениваемой методике и климатического прогноза приведены в табл. 3.7.

Коэффициент корреляции между ежегодными ошибками прогноза по оцениваемой методике и ошибками климатического прогноза однозначно связан соотношением (3.13) с множественным коэффициентом корреляции R и равен $r = 0,65$.

Стандартный показатель эффективности методики составляет $S/\sigma = 0,68$, что согласно табл. 3.5 позволяет дать удовлетворительную оценку рассматриваемой методике долгосрочного прогноза.

Таблица 3.7

Ошибки прогноза по оцениваемой методике и климатического прогноза притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС за апрель

Годы	$Y - \tilde{Y}$	$Y - \bar{Y}$
1979	-26	-252
1980	104	-242
1981	95	234
1982	333	351
1983	-108	-258
1984	25	-232
1985	-4	-91
1986	-62	-119
1987	-39	-42
1988	156	53
1989	-116	8
1990	-54	-192
1991	-74	-132
1992	-64	-22
1993	-98	148
1994	-40	46
1995	-59	183
1996	94	-162
1997	422	708
1998	-140	-69
1999	-55	-41
2000	-33	88
2001	92	248
2002	-230	-65
2003	-138	-148

Коэффициент корреляции между ежегодными ошибками прогноза по оцениваемой методике и ошибками климатического прогноза однозначно связан соотношением (3.13) с множественным коэффициентом корреляции R и равен $r = 0,65$.

Стандартный показатель эффективности методики составляет $S/\sigma = 0,68$, что согласно табл. 3.5 позволяет дать удовлетворительную оценку рассматриваемой методике долгосрочного прогноза.

Пример использования критерия 1

Линейный вид формулы получения прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС делает наиболее эффективным первый из изложенных выше критериев оценки эффективности. Определяемый формулой (3.14) показатель критерия 1 равен $F_K = 14,9$. Критически большим для такого показателя является квантиль $F_{k-1, n-k}(\alpha)$ распределения Фишера со степенями свободы $k-1$ и $n-k$, соответствующий вероятности превышения α . В рассматриваемом случае $k-1 = 2$, $n-k = 22$, и при стандартном уровне значимости $\alpha = 5\%$ критическое значение $F_{2,22}(5\%) = 3,44$. Следовательно, неравенство (3.14) выполняется. Соотношение $V^* < V_K^*$ следует признать статистически достоверным, а рассматриваемую методику – эффективной. Необходимо отметить, что высокая мощность критерия 1 позволяет ему обнаружить преимущество данной методики перед климатическим прогнозом при любом разумном уровне значимости α .

Пример использования критерия 2

При использовании более общего, следовательно, и менее мощного критерия 2 определяемый формулой (3.15) показатель критерия 2 равен $B_K = 4,69$. При стандартном уровне значимости $\alpha = 5\%$ критическое значение $\chi_1^2(5\%) = 3,84$. Следовательно, неравенство (3.15) выполняется. Соотношение $V^* < V_K^*$ также

следует признать статистически достоверным, а рассматриваемую методику – эффективной.

Пример использования критерия 3

При использовании еще более общего и менее мощного критерия 3 определяемый формулой (3.16) показатель критерия 3 равен $M_K = 2,26$. При стандартном уровне значимости $\alpha = 5\%$ критическое значение $t(5\%) = 1,64$. Следовательно, неравенство (3.16) выполняется. Соотношение $V^* < V_K^*$ также следует признать статистически достоверным, а рассматриваемую методику – эффективной.

Таким образом, все три критерия показали статистически достоверное преимущество рассматриваемой методики долгосрочного прогнозирования среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС перед его климатическим прогнозом и тем самым подтвердили ее эффективность.

Пример использования упрощенного критерия усиленной эффективности

Проверим требование усиленной эффективности методики $\sqrt{V} < \gamma \sqrt{V_K}$ для $\gamma = 0,9$. Это означает, что показатель погрешности методики \sqrt{V} меньше 90 % от показателя погрешности климатического прогноза $\sqrt{V_K}$. При $n = 25$ и $S/\sigma = 0,68$ определяемый формулой (3.18) показатель упрощенного критерия усиленной эффективности равен $\tilde{M}_\gamma = 1,68$. При стандартном уровне значимости $\alpha = 5\%$ критическое значение $t(5\%) = 1,64$, и, следовательно, неравенство (3.18) выполняется. Согласно данному критерию, можно принять гипотезу о том, что между показателями погрешности рассматриваемой методики и погрешности климатического прогноза выполняется соотношение $\sqrt{V} < 0,9 \sqrt{V_K}$, т. е. имеет место усиленная эффективность методики долгосрочного прогнозирования среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС.

ГЛАВА 4

ОЦЕНКА ОПРАВДЫВАЕМОСТИ ДОЛГОСРОЧНЫХ ПРОГНОЗОВ РЕЧНОГО СТОКА

4.1. Действующие правила оценки оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока

Для методик долгосрочного и среднесрочного прогнозирования характеристик речного стока оправдываемость характеризуется частотой допустимых ошибок проверочных прогнозов [21]. Если для методики в качестве безусловной альтернативы используется климатический прогноз, то за допустимую ошибку прогноза принимается величина $\delta_{\text{доп}} = 0,674 \sigma$, где σ – определяемый формулой (3.7) показатель погрешности климатического прогноза. В тех случаях, когда в качестве безусловной альтернативы используется инерционный прогноз, принимается иная величина допустимой ошибки прогноза. Такие случаи рассматриваются в главе 8.

Назначение такой величины допустимой ошибки прогноза обусловлено тем, что при нормальном распределении вероятностей прогнозируемой характеристики речного стока ее ежегодное значение Y должно попадать в отрезок от $\bar{Y} - 0,674 \sigma$ до $\bar{Y} + 0,674 \sigma$ с вероятностью 50 %. Вероятность 50 % принимается за обеспеченность вероятного отклонения прогнозируемой величины от ее нормы. В связи с этим для оцениваемой методики анализируется многолетний ряд $Y_1 - \tilde{Y}_1, \dots, Y_n - \tilde{Y}_n$ ошибок проверочных прогнозов.

По этому ряду рассчитывается относительная частота P_M^* допустимых ошибок прогноза, т. е. случаев, когда выполняется неравенство $|Y_i - \tilde{Y}_i| \leq \delta_{\text{доп}}$. Частота (обеспеченность) P_M^* характеризует оправдываемость методики. Ее применение считается целесообразным, если P_M^* не менее чем на 10 % превышает обеспеченность вероятного отклонения прогнозируемой величины от нормы, т. е. выполняется неравенство $P_M^* \geq 60\%$ [5, 21].

С ростом продолжительности n многолетнего ряда проверочных прогнозов частота P_M^* приближается к истинной вероятности P_M допустимых ошибок прогноза. Для любого заданного распределения вероятностей ошибок прогноза эта вероятность определяется соотношением между среднеквадратической погрешностью прогноза \sqrt{V} по оцениваемой методике и погрешностью $\sqrt{V_K}$ климатического прогноза. С ростом продолжительности ряда наблюдений, на основе которого построена оцениваемая методика и рассчитана норма \bar{Y} , отношение $\sqrt{V} / \sqrt{V_K}$ приближается к величине $\sqrt{1 - R^2}$, где R – коэффициент корреляции между характеристикой речного стока Y и ее прогнозом \tilde{Y} . При нормальном распределении ошибок прогноза связь вероятности P_M с величиной $\sqrt{1 - R^2}$ иллюстрируется данными табл. 4.1. В Наставлении по службе прогнозов величина $\sqrt{1 - R^2}$ заменена близким к ней соотношением S / σ [5, 21].

Таблица 4.1

Вероятность допустимых ошибок прогноза P_M при различных значениях $\sqrt{1 - R^2}$

$\sqrt{1 - R^2}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$P_M, \%$	100	99,9	97,5	91	82,5	74	66,5	60	54,5	50

Согласно табл. 4.1, вероятность P_M не менее чем на 10 % превышает обеспеченность 50 % вероятного отклонения прогнозируемой величины от нормы, если $\sqrt{1-R^2} \leq 0,8$. Таким образом, при достаточно большом числе n проверочных прогнозов применение считается целесообразным с точки зрения обеспеченности допустимой ошибки получаемых по этой методике прогнозов, если эта методика относится к категории удовлетворительных с точки зрения ее эффективности по сравнению с климатически прогнозом.

Изложенные выше нормативные правила основаны на предположении о том, что ошибки прогноза по оцениваемой методике и ошибки прогноза альтернативного ей климатического прогноза подчиняются нормальному распределению вероятностей. Однако несоответствие ошибок прогноза нормальному распределению не является таким уж редким исключением. Как будет показано в главе 8, вероятностная природа ошибок прогноза характеристик речного стока может быть достаточно сложной и требовать нетривиальных методов ее описания. Что же касается ошибок климатического прогноза, то их поведение определяется распределением вероятностей прогнозируемой характеристики речного стока Y , а оно редко бывает нормальным и, как правило, отличается явной асимметрией и отличным от нуля эксцессом. Именно по этой причине в гидрологических и водохозяйственных расчетах используются биномиальное распределение Пирсона, трехпараметрическое гамма-распределение, логарифмически нормальное и другие отличные от нормального распределения вероятностей [1, 2, 22, 27, 39, 43, 52].

Обозначим через P_K истинную вероятность допустимой ошибки климатического или инерционного прогноза, т.е. неравенства $|Y_i - \bar{Y}| \leq 0,674\sigma$ для каждого года. С ростом продолжительности n многолетнего ряда проверочных прогнозов к этой вероятности стремится частота P_K^* допустимых ошибок прогноза. При нормальном распределении вероятностей ошибок климатического прогноза вероятность P_K равна 50 %. Однако при других распределениях она может варьировать от 15 до 85 %. Здесь важнейшую

роль играют коэффициенты асимметрии C_s и эксцесса Ex . У нормального распределения оба коэффициента равны нулю. Коэффициент асимметрии характеризует соотношение вероятностей уклонения вправо и влево от математического ожидания. При $C_s > 0$ вероятность отрицательных ошибок прогноза больше, чем положительных.

Более важным в данном случае является коэффициент эксцесса. Он характеризует вероятность появления очень больших по абсолютной величине ошибок прогноза при одной и той же дисперсии распределения. При больших отрицательных значениях Ex вероятность допустимых ошибок приближается к нулю. При больших положительных значениях Ex эта вероятность приближается к единице [15, 55]. В целях пояснения рассматриваются два случая.

1. Если ошибка климатического прогноза характеристики подчиняется симметричному U -образному бета-распределению вероятностей, сдвинутому влево на 0,5 для обеспечения нулевой средней ошибки, то при $C_s = 0$ и $Ex = -2$ вероятность допустимой ошибки климатического прогноза P_K равна 14 %.

2. Если ошибка климатического или инерционного прогноза непрерывной гидрологической характеристики подчиняется гамма распределению вероятностей со смещением влево на 1 для обеспечения нулевой средней ошибки, то при $C_s = 3$ и $Ex = 13,5$ вероятность допустимой ошибки климатического прогноза P_K равна 85 %.

Отличие распределения вероятностей ошибок прогноза по оцениваемой методике от нормального распределения также может затруднить сравнение частоты P_M^* с предполагаемой вероятностью 50 %.

При большом отрицательном значении коэффициента эксцесса Ex ошибок прогноза вероятность допустимых ошибок прогноза P_M может оказаться значительно меньше 50 % даже для хорошей методики с низким показателем $\sqrt{V} / \sqrt{V_K}$.

При большом положительном значении коэффициента эксцесса Ex ошибок прогноза вероятность допустимых ошибок прогноза

P_M может оказаться значительно больше 50 % даже для неудовлетворительной методики с высоким показателем $\sqrt{V}/\sqrt{V_K}$.

В то же время при любых распределениях вероятностей ошибок прогноза по оцениваемой методике и ошибок климатического прогноза соотношение между вероятностями P_M и P_K связано с показателем $\sqrt{V}/\sqrt{V_K}$ эффективности проверяемой методики прогноза. Однако в случае существенного отличия этих распределений от нормального такая связь может носить более сложный характер.

4.2. Рекомендации по оценке оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока

В основе оценки оправдываемости долгосрочных и выпускаемых один раз в год среднесрочных прогнозов речного стока должны лежать методы получения статистических выводов, свободных от предположений о распределении вероятностей анализируемых величин. Эта оценка должна быть основана на сравнении частоты P_M^* допустимых ошибок прогноза по проверяемой методике с частотой P_K^* допустимых ошибок климатического прогноза. Цель такого сравнения – проверить статистическую достоверность вывода о том, что истинные вероятности связаны соотношением $P_M > P_K$. В ходе такой проверки необходимо учитывать корреляцию между ошибками прогноза по проверяемой методике и ошибками климатического, т.к. возможна статистическая зависимость между частотами P_M^* и P_K^* . Эту зависимость поясняет рассмотрение двух ситуаций.

1. Предположим, что исходный ряд Y_1, \dots, Y_n значений прогнозируемой величины содержит какое-то аномально большое или маленькое значение Y_j . Для него ошибка прогноза по оцениваемой методике $Y_j - \tilde{Y}_j$ может быть очень большой положительной или, соответственно, отрицательной. Такой же будет ошибка

климатического прогноза $Y_j - \bar{Y}$. В результате прогноз такого значения Y_j даст ошибку, выходящую за пределы допустимой $\delta_{\text{доп}}$ для сравниваемых методик, что приведет к одновременному занижению частот P_M^* и P_K^* .

2. Предположим, что исходный ряд Y_1, \dots, Y_n значений прогнозируемой величины содержит избыточно большое количество членов, близких к многолетней норме \bar{Y} . Для таких значений Y_j ошибки прогноза по оцениваемой методике $Y_j - \tilde{Y}_j$, скорее всего, будут небольшими. Такими же будут ошибки климатического прогноза $Y_j - \bar{Y}$. В результате прогноз таких значений Y_j даст небольшую ошибку, не выходящую за пределы допустимой $\delta_{\text{доп}}$ для сравниваемых методик, что приведет к одновременному завышению частот P_M^* и P_K^* .

Целесообразность применения методики долгосрочного прогнозирования характеристики речного стока определяется достоверностью статистического вывода о том, что ее оправданность выше, чем у климатического прогноза.

При достаточно большом числе n проверочных прогнозов частоты P_M^* и P_K^* имеют распределение вероятностей, близкое к нормальному, с математическими ожиданиями P_M и P_K соответственно. Так как обе эти величины значительно отличаются от 0 и 1, для использования нормального распределения достаточно условия $n \geq 25$ [15]. При отсутствии статистически достоверной автокорреляции в рядах ошибок прогноза оценки дисперсий обеих частот приближенно определяются формулами:

$$D^*(P_M^*) = \frac{P_M^*(1 - P_M^*)}{n}, \quad (4.1)$$

$$D^*(P_K^*) = \frac{P_K^*(1 - P_K^*)}{n}. \quad (4.2)$$

Оценки ковариации и коэффициента корреляции между частотами P_M^* и P_K^* приближенно определяются формулами:

$$C^*(P_M^*, P_K^*) = \frac{P_{M,K}^* - P_M^* P_K^*}{n}, \quad (4.3)$$

$$r^*(P_M^*, P_K^*) = \frac{P_{M,K}^* - P_M^* P_K^*}{\sqrt{P_M^*(1 - P_M^*)} \sqrt{P_K^*(1 - P_K^*)}}. \quad (4.4)$$

Статистическую зависимость между частотами P_M^* и P_K^* характеризует частота $P_{M,K}^*$ случаев, когда ошибки прогноза по проверяемой методике и ошибки климатического прогноза одновременно попадают в допустимые пределы, т.е. когда одновременно выполняются неравенства $|Y_i - \tilde{Y}_i| \leq \delta_{\text{доп}}$ и $|Y_i - \bar{Y}| \leq \delta_{\text{доп}}$.

При отсутствии корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам частоты P_M^* и P_K^* являются независимыми величинами, поэтому частота $P_{M,K}^*$ близка к произведению $P_M^* P_K^*$, а оценка коэффициента корреляции $r^*(P_M^*, P_K^*)$ близка к нулю.

В другом крайнем случае может иметь место полная синхронность колебаний ошибок прогноза по сравниваемым методикам. В этом случае все три частоты P_M^* , P_K^* и $P_{M,K}^*$ равны между собой, и оценка коэффициента корреляции $r^*(P_M^*, P_K^*)$ равна единице.

Для сравнения частот P_M^* и P_K^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике и по методике климатического прогноза рекомендуется применять критерий, в котором используется широко применяемое в многомерном статистическом анализе расстояние Махаланобиса [13, 31].

В соответствии с предлагаемым критерием неравенство $P_M^* > P_K^*$ следует признать статистически достоверным, а оправданность оцениваемой методики прогноза – достаточной, если выполняется неравенство:

$$M_P = \frac{\sqrt{n}(P_M^* - P_K^*)}{\sqrt{P_M^*(1 - P_M^*) + P_K^*(1 - P_K^*) - 2(P_{M,K}^* - P_M^*P_K^*)}} > t(\alpha), \quad (4.5)$$

где $t(\alpha)$ – квантиль нормального распределения вероятностей с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, соответствующий вероятности превышения α . Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать соотношение $P_M^* > P_K^*$ статистически достоверным, когда на самом деле $P_M = P_K$. В частности, $t(\alpha) = 1,64$ при $\alpha = 5\%$.

Ниже приводятся два теоретических примера применения данного критерия для случая, когда частота P_K^* допустимых ошибок климатического прогноза равна 50 %.

Пример 1

Предполагается отсутствие корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам, когда $r^*(P_M^*, P_K^*) = 0$ и в формуле (4.5) $P_{M,K}^* = P_M^*P_K^*$. В табл. 4.2 при $\alpha = 5\%$ и различных n приведены минимальные значения частоты P_M^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике, при которых ее оправданность можно считать достаточной.

Таблица 4.2

Минимальные достаточные значения частоты P_M^* при $\alpha = 5\%$ и полной статистической независимости частот P_M^* и P_K^*

n	10	20	30	40	50
$P_M^*, \%$	87,3	79,4	74,6	70,8	68,9

Пример 2

Предполагается наличие полной синхронности колебаний ошибок прогноза по сравниваемым методикам, когда $r^*(P_M^*, P_K^*) = 1$ и в формуле (4.4) $P_{M,K}^* = P_M^* = P_K^*$. В табл. 4.3 при

$\alpha = 5\%$ и различных n приведены минимальные значения частоты P_M^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике, при которых ее оправдываемость можно считать достаточной.

Таблица 4.3

Минимальные достаточные значения частоты P_M^* при $\alpha = 5\%$ и полной статистической зависимости частот P_M^* и P_K^*

n	10	20	30	40	50
$P_M^* \%$	77,8	66,7	61,6	58,1	57,2

Сравнение табл. 4.2 и табл. 4.3 показывает, что с увеличением корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам даже незначительное преимущество одной из них становится статистически достоверным.

4.3. Пример оценки оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока

В качестве примера рассматривается оценка оправдываемости долгосрочных прогнозов среднего за апрель расхода $Y = Q_{IV}$ м³/с притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС с заблаговременностью 35 суток по методике, изложенной в разделе 2.3. Методика основана на данных за период с 1979 по 2003 г., представленных в табл. 2.2. Погрешность методики характеризует величина $\sqrt{V^*} = 162$ м³/с.

Для оценки оправдываемости этой методики использован ряд ошибок проверочных прогнозов за тот же период. Как уже было отмечено в разделах 2.3 и 3.4, в полученных для этого периода рядах ошибок $Y - \tilde{Y}$ проверочных прогнозов по оцениваемой методике и ошибок $Y - \bar{Y}$ альтернативного климатического прогноза статистически достоверная автокорреляция отсутствует. Определяемая формулой (3.7) стандартная оценка погрешности климатического прогноза составляет $\sigma = 223$ м³/с. Допустимая ошибка

прогноза составляет $\delta_{\text{доп}} = 150 \text{ м}^3/\text{с}$. В табл. 4.4 для каждого года помещены относительные ошибки прогноза по оцениваемой методике и ошибки климатического прогноза в долях от величины $\delta_{\text{доп}}$.

Таблица 4.4

Ошибки прогноза по оцениваемой методике и климатического прогноза в долях от величины допустимой ошибки $\delta_{\text{доп}}$

Год	$(Y - \tilde{Y}) / \delta_{\text{доп}}$	$(Y - \bar{Y}) / \delta_{\text{доп}}$
1979	-0,17	-1,68
1980	0,69	-1,61
1981	0,64	1,56
1982	2,22	2,34
1983	-0,72	-1,72
1984	0,16	-1,55
1985	-0,03	-0,61
1986	-0,41	-0,79
1987	-0,26	-0,28
1988	1,04	0,35
1989	-0,77	0,05
1990	-0,36	-1,28
1991	-0,49	-0,88
1992	-0,42	-0,15
1993	-0,65	0,99
1994	-0,26	0,31
1995	-0,39	1,22
1996	0,63	-1,08
1997	2,81	4,72
1998	-0,93	-0,46
1999	-0,36	-0,27
2000	-0,22	0,59
2001	0,61	1,65
2002	-1,54	-0,43
2003	-0,92	-0,99

Ошибки проверочных прогнозов не превышают допустимую, когда помещенные в табл. 4.4 значения по абсолютной величине не превышают единицу. Частота допустимых ошибок прогноза по рассматриваемой методике составляет $P_M^* = 84\%$. Частота допустимых ошибок климатического прогноза составляет $P_K^* = 56\%$.

Анализ распределения вероятностей прогнозируемой величины Y показал, что оно практически идеально соответствует трехпараметрическому гамма-распределению с параметрами $\bar{Y} = 652 \text{ м}^3/\text{с}$, $C_v = 0,35$ и $C_S / C_v = 3$. Это демонстрирует рис. 4.1, на котором представлены теоретическая и эмпирическая функции распределения вероятностей среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС в долях от его нормы \bar{Y} .

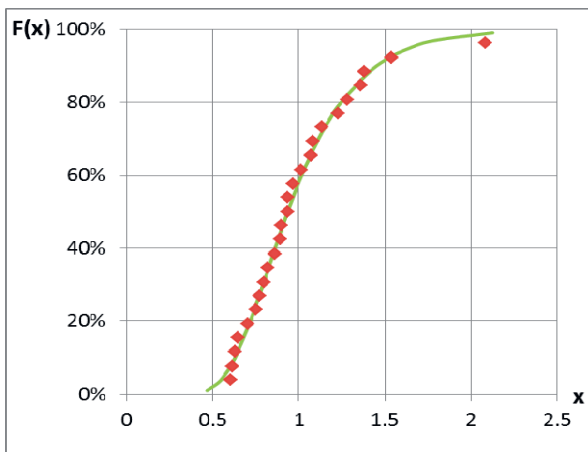


Рис. 4.1. Графики эмпирической (красным цветом) и теоретической (зеленым цветом) функций распределения вероятностей нормированных значений $x = Y / \bar{Y}$ прогнозируемой величины.

Приведенные в разделе 9.1 результаты статистического анализа за многолетний ряд $Y_1 - \tilde{Y}_1, \dots, Y_n - \tilde{Y}_n$ ошибок проверочных

прогнозов по оцениваемой методике свидетельствуют о его неудовлетворительном соответствии нормальному распределению вероятностей. Следовательно, столь высокое значение частоты допустимых ошибок прогноза по рассматриваемой методике $P_M^* = 84\%$ еще не означает достаточно высокой оправдываемости этих прогнозов. Таким образом, переход от нормативных к рекомендуемым правилам оценки оправдываемости долгосрочных прогнозов характеристик речного стока в данном случае вполне актуален.

В ходе проверки статистической достоверности неравенства $P_M^* > P_K^*$ учитывалась частота $P_{M,K}^*$ случаев, когда ошибки прогноза по проверяемой методике и ошибки климатического прогноза одновременно попадают в допустимые пределы. Эта частота составляет $P_{M,K}^* = 48\%$. При использовании предлагаемого в настоящем разделе критерия его определяемый формулой (4.5) показатель оказался равным $M_p = 2,33$. Критически большим для такого показателя является квантиль $t(\alpha)$ нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения α . При стандартном уровне значимости $\alpha = 5\%$ критическое значение $t(2,5\%) = 1,64$. Следовательно, неравенство (4.5) выполняется. Согласно данному критерию, соотношение $P_M^* > P_K^*$ следует признать статистически достоверным, а оправдываемость рассматриваемой методики – достаточно высокой.

ГЛАВА 5

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДИК КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА

5.1. Общие принципы оценки погрешности краткосрочных прогнозов

При многократном, иногда и ежедневном выпуске краткосрочных или среднесрочных прогнозов характеристики речного стока в течение некоторого периода года продолжительностью T суток погрешность этих прогнозов определяется в два приема. Формулой (1.9) определяется математическое ожидание $V(t)$ квадрата отклонения фактического значения $Y(t)$ этой характеристики от ее прогноза $\tilde{Y}(t)$ для каждого суток t данного периода. При этом нумерация суток ведется от начала до конца рассматриваемого периода.

Погрешность V методики в целом для всего периода определяется формулой (1.10) как среднее арифметическое значений $V(t)$ при $t = 1, \dots, T$. В качестве такого прогнозируемого периода может рассматриваться весь год, его сезон, фаза гидрологического режима реки или иной период, определяемых технологией водопользования. Продолжительность периода T может меняться от года к году и варьировать от 5 до 366 суток.

Для каждого года с номером i и продолжительностью прогнозируемого периода T_i ряд ошибок проверочных прогнозов образован разностями $Y_i(1) - \tilde{Y}_i(1), \dots, Y_i(T_i) - \tilde{Y}_i(T_i)$. Общая длина N ряда проверочных прогнозов за n лет равна сумме $T_1 + \dots + T_n$ продолжительностей прогнозируемого периода за каждый год. В процессе анализа этого ряда необходимо учитывать следующее обстоятельство.

При проверке методики долгосрочного прогнозирования речного стока соседние члены ряда проверочных прогнозов соответствуют ошибкам прогноза за смежные годы. При проверке методики краткосрочного прогнозирования речного стока соседние члены ряда проверочных прогнозов в основном соответствуют ошибкам прогноза за смежные сутки. Только на стыке двух лет последний прогноз предыдущего года может соседствовать с первым прогнозом последующего года. Однако частота таких ситуаций мала и равна $(n - 1) / N$. В результате корреляция между членами ряда ошибок проверочных краткосрочных прогнозов может быть значительно выше.

В течение прогнозируемого периода каждого года статистическая зависимость между ошибками проверочных прогнозов за разные, и прежде всего смежные, сутки может быть обусловлена автокорреляцией ежедневных колебаний прогнозируемой величины и ее факторов. Она может быть значительной при краткосрочном прогнозировании характеристик стока крупных рек, и особенно в межлетний период [1, 52, 55].

В соответствии со сложившимися в гидрологии традициями и во избежание чрезмерного усложнения решения, целесообразно предположить, что автокорреляция членов ряда ошибок проверочных прогнозов в течение прогнозируемого периода каждого года описывается простейшей моделью авторегрессии первого порядка [32]. Данная модель характеризует автокорреляцию ряда ошибок проверочных прогнозов одним параметром – коэффициентом корреляции между смежными членами этого ряда, соответствующими соседним дням одного прогнозируемого периода. Его стандартная статистическая оценка определяется формулой:

$$r_1 = \left(\frac{N}{N-n} \right) \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i-1} [Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)][Y_i(t+1) - \tilde{Y}_i(t+1)]}{\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^{T_j} [Y_j(t) - \tilde{Y}_j(t)]^2}. \quad (5.1)$$

Статистическую достоверность оценки r_1 следует устанавливать с помощью рассмотренного в разделе 2.1 критерия Андерсона. При этом число лет n в неравенстве (2.7) следует заменить числом N членов общего ряда ошибок проверочных прогнозов. Согласно данному критерию, предположение об отсутствии корреляции между членами ряда ошибок проверочных прогнозов может быть принято, если выполняется неравенство (2.7).

Нарушение неравенства (2.7) означает наличие статистически достоверной корреляции между смежными членами ряда ошибок проверочных прогнозов, которая должна быть учтена при оценке и анализе погрешности методики прогноза. Если неравенство (2.7) выполняется, то во всех последующих формулах коэффициент r_1 следует заменять нулем.

Согласно Наставлению по службе прогнозов [21], в качестве оценки погрешности методики используется показатель

$$S^2 = \frac{1}{(N-k)} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} [Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)]^2, \quad (5.2)$$

где k – число параметров, используемых в схеме получения прогноза и оцениваемых по массиву многолетних гидрометеорологических наблюдений за прогнозируемой величиной и характеристиками факторов ее формирования [21].

Как правило, используемый для получения оценки S^2 ряд ошибок проверочных прогнозов берется из того же массива данных, на основе которого была построена проверяемая методика. Выбор модели формирования речного стока или физико-статистической зависимости, источников и схемы усвоения метеорологических прогнозов на период заблаговременности, оценка параметров схемы получения прогноза и способ его корректировки осуществлялись таким образом, чтобы минимизировать расхождение

ния между фактическими $Y_i(t)$ и прогнозируемыми $\tilde{Y}_i(t)$ значениями характеристики речного стока при $t = 1, \dots, T_i$ и $i = 1, \dots, n$.

Как и при проверке методик долгосрочного прогнозирования речного стока, определяемая формулой (5.2) оценка S^2 занижает реальную погрешность проверяемой методики. Это обусловлено тем, что она приближенно характеризует только среднюю для прогнозируемого периода остаточную дисперсию $\tilde{\sigma}^2$ зависимости прогнозируемой величины Y от используемых методикой предикторов. Эта остаточная дисперсия связана со средней для прогнозируемого периода дисперсией σ^2 прогнозируемой величины соотношением (2.2), в котором R равно коэффициенту корреляции между фактическими значениями величины $Y_i(t)$ и их прогнозами $\tilde{Y}_i(t)$. В то же время погрешность прогноза определяется не только остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$, но и статистической устойчивостью схемы получения прогноза относительно использованных данных наблюдений. Чем больше количество учитываемых методикой гидрологических и метеорологических факторов формирования речного стока, тем больше число k параметров схемы получения прогноза и, как результат, ниже ее статистическая устойчивость и больше разность между остаточной дисперсией прогностической зависимости и погрешностью методики прогноза.

По аналогии с главой 2 расхождение между остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$ и погрешностью методики прогноза V может быть продемонстрирована на примере ситуации, когда для каждого суток прогнозируемого периода и каждого года периода наблюдений и предполагаемого периода оперативного использования методики стохастическая зависимость прогнозируемой величины $Y(t)$ от образующих вектор $X(t)$ предикторов описывается линейной регрессионной моделью:

$$Y(t) = a_1\varphi_1[X(t)] + \dots + a_k\varphi_k[X(t)] + \xi(t), \quad (5.3)$$

где $\varphi_1[X(t)], \dots, \varphi_k[X(t)]$ – заданные функции, входящие в формулу выпуска прогноза и определяемые положенной в основу

методики моделью прогнозируемого явления [13, 29]. За редким исключением прогностические зависимости содержат свободный член, обеспечивающий отсутствие систематических ошибок прогноза. В таких случаях одна из функций, например $\varphi_1[X(t)]$, тождественно равна единице. Как правило, более адекватному и полному описанию прогнозируемого явления или процесса соответствует большее число образующих вектор $X(t)$ характеристик прогнозируемого явления, известных на момент составления прогноза. При этом число k подлежащих статистической оценке параметров методики a_1, \dots, a_k также будет больше. Неоднозначность связи между прогнозируемой величиной $Y(t)$ и образующими вектор $X(t)$ предикторами характеризует стационарный гауссовский случайный процесс авторегрессии первого порядка $\xi(t)$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\tilde{\sigma}^2$ [15, 32]. Предполагается, что он не зависит от предикторов. Автокорреляция в ряде ошибок прогноза описывается коэффициентом корреляции ρ_1 между величинами $\xi(t)$ и $\xi(t+1)$.

Параметры методики a_1, \dots, a_k оцениваются методом наименьших квадратов по всем имеющимся за n лет данным гидрологических и метеорологических наблюдений, которые определяют значения прогнозируемой величины и ее предикторов. Полученные методом наименьших квадратов оценки параметров a_1^*, \dots, a_k^* для суток t прогнозируемого периода каждого года i определяют прогноз $\tilde{Y}_i(t)$ характеристики речного стока в виде:

$$\tilde{Y}_i(t) = a_1^* \varphi_1[X_i(t)] + \dots + a_k^* \varphi_k[X_i(t)]. \quad (5.4)$$

В условиях рассматриваемой модели определяемый формулой (5.2) показатель S^2 дает систематическое занижение остаточной дисперсии и в среднем приблизительно равен

$$M(S^2) \approx \tilde{\sigma}^2 \left(\frac{N-k}{N-k-1} \right) \cdot \left[1 - \frac{1+\rho_1}{(N-k)(1-\rho_1)} \right]. \quad (5.5)$$

Соотношение между остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$ и погрешностью прогноза V приблизительно описывается уравнением:

$$V \approx \tilde{\sigma}^2 \left(\frac{N-1}{N-k-1} \right). \quad (5.6)$$

Формула (5.6) показывает, что с ростом числа k параметров, который не сопровождается достаточно быстрым уменьшением остаточной дисперсии $\tilde{\sigma}^2$ за счет более полного и адекватного описания прогнозируемого явления, погрешность прогноза будет быстро возрастать. Именно этим объясняется тот известный факт, что при проверке на независимом материале более простые, но статистически устойчивые методики прогноза показывают более высокую точность, чем методики, основанные на весьма полных и адекватных моделях, но предполагающие оценку большого числа параметров. Использование оценки S^2 может приводить к неправильным выводам в процессе поиска оптимального, окончательного варианта методики [27, 31, 46, 54].

Ниже приводятся четыре метода получения оценок погрешности краткосрочных прогнозов, сходные с теми, которые были изложены в главе 2 для методик долгосрочного прогнозирования речного стока.

5.2. Методы оценки погрешности краткосрочных прогнозов

В зависимости от объема и структуры имеющихся данных наблюдений, на основе которых методика была построена и может быть проверена, рекомендуется использование одного из четырех методов оценки погрешности краткосрочных и ежедневно выпускаемых среднесрочных прогнозов речного стока.

Метод 1

Если после разработки и внедрения методики краткосрочного прогнозирования речного стока она применялась в течение n_H лет, то результаты проверочных прогнозов за эти годы образуют независимый материал, который может быть использован для

получения наиболее простой оценки погрешности прогноза. Полученные для каждого года с номером j с продолжительностью прогнозируемого периода T_j ряды ошибок проверочных прогнозов $Y_j(1) - \tilde{Y}_j(1), \dots, Y_j(T_j) - \tilde{Y}_j(T_j)$ объединяются в один ряд, продолжительность N_H которого равна сумме $T_1 + \dots + T_{n_H}$ продолжительностей прогнозируемого периода за каждый год. Этот ряд используется для получения оценки погрешности методики краткосрочного прогноза, которая определяется по формуле:

$$V_H^* = \frac{1}{N_H} \sum_{j=1}^{n_H} \sum_{t=1}^{T_j} [Y_j(t) - \tilde{Y}_j(t)]^2. \quad (5.7)$$

Данная оценка является несмещенной, т. е. не имеет систематической ошибки, и при достаточно большой длине N_H ряда независимых проверочных прогнозов дает результат, близкий к фактической погрешности V методики прогноза.

При определении среднеквадратических погрешностей оценок V_H^* и $\sqrt{V_H^*}$ необходимо учитывать автокорреляцию членов ряда ошибок проверочных прогнозов на независимом материале. В предположении, что она описывается простейшей моделью авторегрессии первого порядка, в качестве ее характеристики можно использовать стандартную оценку r_1 коэффициента корреляции между смежными членами ряда, соответствующими соседним дням одного прогнозируемого периода. Для получения оценки r_1 следует использовать формулу (5.1), заменив в ней число N длиной N_H ряда независимых проверочных прогнозов.

Среднеквадратические погрешности оценок V_H^* и $\sqrt{V_H^*}$ могут рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_H^*) = V_H^* \sqrt{\frac{2}{N_H}} \sqrt{\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}}; \quad (5.8)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_H^*}) = \sqrt{V_H^*} \sqrt{\frac{1}{2N_H}} \sqrt{\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}}. \quad (5.9)$$

Эти формулы соответствуют рассмотренной выше линейной регрессионной модели (5.3), в которой характеристика неоднозначности связи прогнозируемой величины с предикторами $\xi(t)$ является стационарным гауссовским случайным процессом авторегрессии первого порядка [13, 32]. В иных случаях эти формулы дают лишь приближенные значения среднеквадратических погрешностей оценок V_H^* и $\sqrt{V_H^*}$.

Формула (5.9) демонстрирует влияние различных показателей исходной информации на точность оценки погрешности краткосрочных прогнозов.

При постоянной продолжительности прогнозируемого периода $T = 30$ суток и наличии ряда независимых проверочных прогнозов длиной $N_H = 150$ за $n_H = 5$ лет применения методики краткосрочного прогнозирования речного стока относительная погрешность $\sigma^*(\sqrt{V_H^*})/\sqrt{V}$ оценки $\sqrt{V_H^*}$ равна 5,8 %, если коэффициент корреляции между ошибками прогноза за смежные дни равен нулю, и 7,5 % при $r_1 = 0,5$.

Если при тех же условиях методика применялась всего один год, то длина ряда независимых проверочных прогнозов равна $N_H = T = 30$ и относительная погрешность оценки $\sqrt{V_H^*}$ равна 12,9 % при $r_1 = 0$ и 16,7 % при $r_1 = 0,5$.

При продолжительности прогнозируемого периода $T = 10$ суток и независимой проверке методики в течение всего одного года относительная погрешность оценки $\sqrt{V_H^*}$ равна 22,4 % при $r_1 = 0$ и 28,8 % при $r_1 = 0,5$.

Метод 2

Возможна ситуация, когда в распоряжении имеется достаточное число n лет гидрологических и метеорологических наблюдений, из которых для построения методики прогноза вполне могут

быть использованы данные только за n_0 лет наблюдений. Оставшиеся годы в количестве $n_{II} = n - n_0$ могут быть использованы для формирования контролирующего ряда в целях проверки методики на независимом материале. Выделять первые или последние n_{II} лет наблюдений нежелательно. При такой оценке погрешности могут проявиться нарушения стационарности гидрологического режима водного объекта. Лучше эти n_{II} лет выбрать наугад из n имеющихся, используя, например, генератор случайных чисел. Продолжительность контролирующего ряда N_{II} равна сумме $T_1 + \dots + T_{n_{II}}$ продолжительностей прогнозируемого периода за каждый год контролирующего массива данных. Оценку погрешности прогноза следует определять по формуле (5.7) с заменой N_H числом N_{II} .

Получаемая таким образом оценка характеризует погрешность методики прогноза, при построении которой использовались не N , а всего N_0 данных ежедневных наблюдений из обучающего массива данных.

У построенной по усеченному обучающему ряду наблюдений методики схема получения прогноза остается прежней, однако входящие в нее параметры или графики будут несколько иными. В связи с этим целесообразно несколько изменить обозначения и прогноз по такой методике для суток t и года с номером j из n_{II} лет независимого материала обозначить как $\tilde{Y}_{O,j}(t)$.

При использовании меньшего объема исходных данных точность определения параметров модели будет ниже. В результате погрешность прогноза по усеченной методике будет несколько больше, чем искомая погрешность V методики, основанной на данных всех n наблюдений. Устранить этот недостаток можно с помощью поправочного коэффициента, математический смысл которого вытекает из теоретической формулы (5.6). Если схема получения прогноза предусматривает статистическую оценку k параметров, то для методики, построенной на основе не N_0 , а всех

N данных ежедневных наблюдений оценку погрешности прогноза следует определять формулой:

$$V_{\Pi}^* = \frac{1}{N_{\Pi}} \sum_{j=1}^{n_{\Pi}} \sum_{t=1}^{T_j} [Y_j(t) - \tilde{Y}_j(t)]^2 \left(\frac{N_0 - k - 1}{N_0 - 1} \right) \left(\frac{N - 1}{N - k - 1} \right). \quad (5.10)$$

Точность метода можно существенно повысить, если описанную процедуру повторить L раз таким образом, чтобы в результате в предназначенный для проверки методики на независимом материале контролирующий ряд по одному разу попали бы данные каждого года из всех имеющихся в распоряжении n лет наблюдений. Число таких повторений L должно быть таким, чтобы сумма $n_{\Pi,1} + \dots + n_{\Pi,L}$ продолжительностей всех контролирующих рядов была бы равна общему количеству n лет наблюдений. Для обеспечения этого условия в каждом повторении числа $n_{\Pi,i}$ и $n_{0,i} = n - n_{\Pi,i}$ могут быть разными. Определяемые по формуле (5.10) оценки погрешности методики прогноза $V_{\Pi,1}^*, \dots, V_{\Pi,L}^*$ должны быть использованы для получения итоговой оценки:

$$\bar{V}_{\Pi}^* = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L V_{\Pi,i}^*. \quad (5.11)$$

Среднеквадратические погрешности оценок \bar{V}_{Π}^* и $\sqrt{\bar{V}_{\Pi}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам (5.8) и (5.9) при замене N_H числом N и оценкой коэффициента r_1 по формуле (5.1).

Метод 3

Данный метод является аналогом рассмотренного в главе 2 метода «выбрасываемой точки» и частным случаем описанного выше метода 2 при $n_0 = n - 1$, $n_{\Pi} = 1$ и $L = n$.

Из n лет наблюдений исключается год под номером i . По оставшимся наблюдениям за $n - 1$ год строится вариант методики с номером i , у которого входящие в схему получения прогноза параметры незначительно, но меняются. Для суток t исключенного

года разность $Y_i(t) - \tilde{Y}_{(i)}(t)$ дает ошибку прогноза на независимом материале, т. к. фактическое значение $Y_i(t)$ не учитывалось при построении усеченной методики и получении прогноза $\tilde{Y}_{(i)}(t)$. Данная процедура выполняется поочередно для всех лет $i=1, \dots, n$ с возвращением в обучающий ряд данных года, исключенного на предыдущем этапе. В результате образуется ряд N ошибок проверочных прогнозов $Y_i(t) - \tilde{Y}_{(i)}(t)$ при $t=1, \dots, T_i$ и $i=1, \dots, n$. Этот ряд характеризует погрешность методики, построенной на основе данных наблюдений за $n-1$ лет. Проверяемая методика основана на данных наблюдений за n лет, а ряд ошибок проверочных прогнозов характеризует погрешность методики, основанной на данных наблюдений за $n-1$ лет. Однако этим обстоятельством можно пренебречь, т. к. вытекающий из формулы (2.5) коэффициент перехода близок к единице. Полученная методом «выбрасываемой точки» оценка погрешности прогноза определяется формулой:

$$V_{MBT}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} [Y_i(t) - \tilde{Y}_{(i)}(t)]^2. \quad (5.12)$$

С учетом теоретических результатов, опубликованных в [13, 29, 30, 32], среднеквадратические погрешности оценок V_{MBT}^* и $\sqrt{V_{MBT}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_{MBT}^*) = V_{MBT}^* \sqrt{\frac{2}{N-k-1}} \sqrt{1 + \frac{8(k-1)}{(N-k-1)^2}} \sqrt{\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}}; \quad (5.13)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_{MBT}^*}) = \sqrt{V_{MBT}^*} \sqrt{\frac{1}{2(N-k-1)}} \sqrt{1 + \frac{8(k-1)}{(N-k-1)^2}} \sqrt{\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}}. \quad (5.14)$$

При небольшом числе L повторений метод 2 менее трудоемкий. Однако метод «выбрасываемой точки» не требует перехода от погрешности методики прогноза, основанной на усеченном ряде за n_0 лет наблюдений, к погрешности проверяемой методики. Этот

переход основан на использовании теоретической формулы (5.6). Нарушение условий, в которых эта формула справедлива, может служить источником дополнительной погрешности метода 2, особенно если число повторений L невелико. Метод «выбрасываемой точки» свободен от этого недостатка и позволяет получать оценку погрешности любой методики прогноза.

Метод 4

Данный метод является наименее трудоемким. За счет использования теоретических формул (5.5) и (5.6) он позволяет ограничиться проверкой методики на зависимом материале, образованном теми же данными многолетних гидрологических и метеорологических наблюдений, которые использовались для ее построения. Строго говоря, применимость данного метода ограничена условиями, для которых эти формулы были получены. Стохастическая зависимость прогнозируемой величины от предикторов должна описываться формулой (5.3) и свойствами процесса $\xi(t)$ линейной регрессионной модели. Однако практическая применимость этого метода предусматривает выполнение менее жестких требований. Схема получения прогноза должна выражаться физико-статистической зависимостью прогнозируемой характеристики речного стока от ее предикторов. Причем эта зависимость должна соответствовать формуле (5.4), т. е. быть линейной относительно ее параметров, оцениваемых методом наименьших квадратов по имеющимся за n лет ежедневным данным гидрологических и метеорологических наблюдений.

Используя определяемые формулами (5.1) и (5.2) коэффициент автокорреляции r_1 и оценку S^2 остаточной дисперсии, а также теоретические формулы (5.5) и (5.6), метод 4 позволяет оценивать ее погрешность в виде:

$$V_{ЛРМ}^* = S^2 \left(\frac{N-1}{N-k} \right) \cdot \left[1 - \frac{1+r_1}{(N-k)(1-r_1)} \right]^{-1}. \quad (5.15)$$

С учетом теоретических результатов, опубликованных в [13, 30, 32] среднеквадратические погрешности оценок $V_{ЛРМ}^*$ и $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_{ЛРМ}^*) = V_{ЛРМ}^* \sqrt{\frac{2}{N-k-1}} \sqrt{\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}}; \quad (5.16)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_{ЛРМ}^*}) = \sqrt{V_{ЛРМ}^*} \sqrt{\frac{1}{2(N-k-1)}} \sqrt{\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}}. \quad (5.17)$$

Из формулы (5.17) следует, что при постоянной продолжительности прогнозируемого периода $T = 30$ суток, оценке $k = 8$ параметров прогностической модели или формулы получения прогноза и наличии ряда независимых проверочных прогнозов длиной $N_H = 150$ за $n_H = 5$ лет применения методики краткосрочного прогнозирования речного стока относительная погрешность оценки $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ равна 6 % при $r_1 = 0$ и 7,7 % при $r_1 = 0,5$.

При оценке погрешности методик краткосрочного или среднесрочного прогнозирования речного стока рекомендуется руководствоваться следующими общими правилами.

1. Применять метод 1 целесообразно, если после разработки и внедрения методики краткосрочного прогнозирования речного стока в течение лет n_H продолжительность ряда проверочных прогнозов $N_H = T n_H$ достаточно велика за счет большого числа n_H или большой средней продолжительности T прогнозируемого периода. В противном случае целесообразно применять следующие три метода.

2. Применять метод 2 целесообразно, если за счет большой продолжительности периода n многолетних гидрологических и метеорологических наблюдений или за счет большой средней продолжительности T прогнозируемого периода в распоряжении имеется достаточное число N наблюдений за прогнозируемой величиной и ее предикторами. Чем сложнее схема получения прогноза или меньше доступный объем вычислений, тем меньше должно быть число L повторений процедуры формирования обучающего и контролирующего рядов наблюдений.

3. Применять метод 3 целесообразно при небольшой продолжительности периода n многолетних гидрологических и

метеорологических наблюдений и доступном объеме вычислений, который достаточен для перенастройки схемы получения прогноза n раз.

4. Применять метод 4 целесообразно при любом объеме предполагаемых данных наблюдений, если схема получения прогноза выражается в виде линейной относительно оцениваемых параметров физико-статистической зависимости прогнозируемой характеристики речного стока от ее предикторов. При иной схеме получения прогноза этот метод следует применять при малом объеме данных наблюдений или доступном объеме вычислений, который недостаточен для использования остальных методов.

5. При оценке погрешности краткосрочных прогнозов речного стока рекомендуется пользоваться несколькими методами и анализировать полученные результаты.

5.3. Пример оценки погрешности методики краткосрочного прогнозирования речного стока

Применение изложенных в настоящей главе методов демонстрируется на примере методики краткосрочного прогнозирования среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки, разработанной в отделе речных гидрологических прогнозов Гидрометцентра России [4].

Для получения прогноза среднесуточного расхода воды $\tilde{Q}(t)$ м³/с на сутки t в качестве предикторов учитывались:

- среднесуточный расход воды $Q(t-1)$ м³/с на сутки составления прогноза;
- среднесуточный расход воды $Q(t-2)$ м³/с за предшествующие сутки;
- средняя приземная температуры воздуха $T(t-1)$ °С на метеостанции г. Сочи;
- слой осадков $P(t-1)$ мм на метеостанции г. Сочи;
- прогноз среднесуточной приземной температуры воздуха $T(t)$ °С;
- прогноз суточного слоя осадков $P(t)$ мм на метеостанции.

Прогнозируемые значения температуры воздуха и осадков определялись в виде средневзвешенных значений соответствующих прогнозов по всем усваиваемым в оперативном режиме моделям COSMO-Ru7, NCEP, REGION и UKMO.

Прогноз среднесуточного расхода воды определялся формулой:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(t) = & a_0 + a_1 Q(t-1) + a_2 Q(t-2) + a_3 T^2(t) + a_4 T(t) + \\ & + a_5 P(t)[T(t)-2]^2 + a_6 P(t)[T(t)-2] + a_7 P(t) + \\ & + a_8 T^2(t-1) + a_9 T(t-1) + a_{10} P(t-1)[T(t-1)-2]^2 + \\ & + a_{11} P(t-1)[T(t-1)-2] + a_{12} P(t-1). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Применение данной формулы предусматривает соблюдение следующих правил:

а) значения $T(t)$ и $T(t-1)$, превышающие 27°C , должны заменяться числом 27;

б) значения $T(t)$ и $T(t-1)$, меньшие 0°C , должны заменяться нулем;

в) если значения $T(t)$ или $T(t-1)$ оказываются меньше 2°C , то $P(t)$ или $P(t-1)$ должны заменяться нулем.

Формула получения прогноза (5.18) включает $k = 13$ параметров, которые оценивались методом наименьших квадратов отдельно для каждого месяца.

Использовался многолетний ряд ежедневных гидрологических и метеорологических наблюдений за $n = 18$ лет, который за вычетом пропусков охватывал период с 1984 по 2005 год. При количестве дней T в каждом месяце от 28 до 31 общее число ежедневных наблюдений для каждого месяца N варьирует от 508 до 558. Для всего года общее число ежедневных наблюдений за многолетний период составляет 6506.

В целях оценки погрешности рассматриваемой методики долгосрочного гидрологического прогноза используются методы, изложенные настоящем разделе.

Количество n_H лет, прошедших после разработки и внедрения данной методики пока недостаточно для использования метода 1,

поэтому для оценки ее погрешности применялись следующие три метода.

Пример использования метода 2

В соответствии с данным методом из имеющихся в распоряжении $n = 18$ лет наблюдений наугад были выбраны $n_{II} = 5$ лет: 1984, 1990, 1998, 2000 и 2004 гг. Данные за эти годы использовались в качестве контролирующего ряда для оценки погрешности рассматриваемой методики на независимом материале. Данные за оставшиеся $n_O = 13$ лет использовались в качестве обучающего ряда для оценки параметров каждого месяца. Таким образом, при оценке погрешности прогноза на независимом материале для каждого месяца использовался образованный данными за пять предварительно исключенных лет ряд ошибок прогноза $Q_i(t) - \tilde{Q}_i(t)$ при $t = 1, \dots, T$ и $i = 1, \dots, 5$. На рис. 5.1 приведены совмещенные графики колебаний фактических $Q(t)$ и спрогнозированных $\tilde{Q}(t)$ среднесуточных расходов воды в 1984 г. Рисунок демонстрирует достаточно хорошее их совпадение.

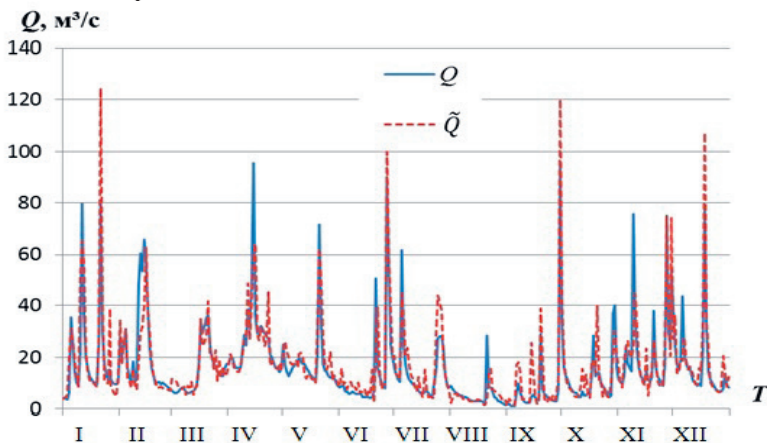


Рис. 5.1. Фактический $Q(t)$ и спрогнозированный $\tilde{Q}(t)$ графики колебаний среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи в 1984 г.

Для каждого месяца оценка погрешности методики прогноза V_{II}^* определялась по формуле (5.10) при $Y_j(t) = Q_j(t)$, $\tilde{Y}_j(t) = \tilde{Q}_j(t)$ и $N_{II} = 5T$. В табл. 5.1 для каждого месяца и для всего года в целом приведены полученные методом 2 оценки погрешности прогноза рассматриваемой методики $\sqrt{V_{II}^*}$ м³/с.

Необходимый для определения погрешности оценок V_{II}^* и $\sqrt{V_{II}^*}$ коэффициент автокорреляции r_1 используемого ряда ошибок прогноза $Q_i(t) - \tilde{Q}_i(t)$ при $t = 1, \dots, T$ и $i = 1, \dots, 5$ оценивался по формуле (5.1) на основе всех имеющих данных наблюдений. Для каждого месяца и всего года в целом значения этого коэффициента помещены в табл. 5.1. Согласно критерию критерием Андерсона при уровне значимости критерия 5 % статистически достоверными являются оценки коэффициента автокорреляции r_1 , превышающие по абсолютной величине 0,12. Согласно формуле (5.9), при замене N_H числом N_{II} относительная среднеквадратическая погрешность определения оценки $\sqrt{V_{II}^*}$ для каждого месяца приблизительно равна 6,4 %.

Таблица 5.1

Оценки погрешности прогноза среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
r_1	0,02	-0,02	-0,01	0,01	0,13	0,15	0,14	0,08	0,10	0,01	0,05	0,10	0,06
$\sqrt{V_{II}^*}$	12,3	10,2	10,4	9,6	16,3	11,9	10,2	12,5	9,6	16,4	15,7	17,1	12,7
$\sqrt{V_{МВТ}^*}$	11,4	8,2	11,1	8,8	17,2	12,5	9,7	10,4	9,8	14,5	16,1	15,7	12,1
$\sqrt{V_{ДРМ}^*}$	10,4	8,5	10,7	8,6	14,8	12,1	9,2	11,2	8,8	15,3	14,5	16,2	12,0

Пример использования метода 3

В соответствии с данным методом, из имеющихся в распоряжении $n = 18$ лет поочередно исключался год под номером i и по оставшимся ежедневным наблюдениям за $n - 1 = 17$ лет строился вариант i рассматриваемой методики со своими оценками параметров формулы (5.18). Для каждого месяца и всего года в целом оценка $V_{МВТ}^*$ погрешности методики рассчитывалась по формуле (5.12). Значения $\sqrt{V_{МВТ}^*}$ м³/с также приведены в табл. 5.1. Согласно формуле (5.14), относительная среднеквадратическая погрешность определения оценки $\sqrt{V_{МВТ}^*}$ для каждого месяца приблизительно равна 3,5 %.

Пример использования метода 4

Формула (5.18) получения ежедневного прогноза с заблаговременностью одни сутки среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи полностью соответствует требованиям применимости формулы (5.15). Рассчитанные по этой формуле оценки $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ погрешности методики для каждого месяца и всего года в целом помещены в табл. 5.1. Согласно формуле (5.17), относительная среднеквадратическая погрешность определения оценки $\sqrt{V_{ЛРМ}^*}$ для каждого месяца приблизительно равна 3,2 %. Как и следовало ожидать, методы 3 и 4 имеют более высокую точность, чем метод 2, для которого процедура формирования обучающего и контролирующего рядов наблюдений по 13 и 5 лет соответственно была выполнена всего один раз.

Полученные тремя методами и помещенные в табл. 5.1 оценки погрешности методики достаточно близки между собой и имеют приблизительно одинаковое распределение по месяцам. Это распределение достаточно хорошо отражает специфику водного режима р. Сочи и, в частности, изменчивость ее стока в течение каждого месяца. Наибольшая изменчивость стока р. Сочи характерна для месяцев с максимальной частотой прохождения паводков и для

относительно невысокого весенне-летнего половодья. В такие периоды влияние трудно поддающихся прогнозу и учету метеорологических условий на водосборе особенно велико, поэтому ошибки прогноза расходов воды на этой реке принимают наибольшие значения [4].

Приведенные примеры показывают, что предлагаемые методы оценки погрешности краткосрочных гидрологических прогнозов могут давать достаточно точные и близкие результаты.

ГЛАВА 6

СРАВНЕНИЕ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИК КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА

6.1. Сравнение методик краткосрочного прогнозирования речного стока

В ситуации, когда для одной и той же характеристики речного стока могут использоваться несколько методик ее краткосрочного или среднесрочного прогнозирования с одинаковой заблаговременностью, возникает необходимость выбора наиболее точной из них. Если взамен применявшейся ранее методики предлагается ее усовершенствованный вариант, то требуется обоснование его преимущества. Во всех подобных ситуациях должна решаться задача выявления статистически достоверного различия между оценками погрешности различных методик прогнозирования речного стока.

Рассмотрим ситуацию, при которой сравниваются две методики краткосрочного или среднесрочного прогноза одной и той же характеристики речного стока равной заблаговременности. Сравниваемые методики могут различаться положенными в их основу методами и схемами получения прогноза, составом гидрометеорологической информации, использованной при их разработке и необходимой для их применения. Обозначим через \tilde{Y}_1 и \tilde{Y}_2 получаемый с помощью первой и второй методики прогноз характеристики речного стока Y , а через V_1 и V_2 определяемые формулой

(1.10) средние значения квадрата ошибки такого прогноза, т. е. истинные значения погрешностей сравниваемых методик. Оценки V_1^* и V_2^* должны быть получены рекомендуемыми в разделе 5.2 методами на основе рядов проверочных прогнозов на зависимом или независимом материале ежедневных гидрометеорологических наблюдений продолжительностью N_1 и N_2 за n_1 и n_2 лет соответственно.

Некоторое число $N_{1,2}$ проверочных прогнозов может приходиться на одни и те же сутки прогнозируемого периода за общие для обеих методик годы в количестве $n_{1,2}$. Обозначим через $\tilde{Y}_{1,i}(t)$ и $\tilde{Y}_{2,i}(t)$ значения прогноза по обеим методикам характеристики речного стока $Y_i(t)$ для суток $t = 1, \dots, T_i$ прогнозируемого периода года с номером $i = 1, \dots, N_{1,2}$ из общего для этих методик ряда проверочных прогнозов.

Между ошибками прогноза $Y_i(t) - \tilde{Y}_{1,i}(t)$ и $Y_i(t) - \tilde{Y}_{2,i}(t)$ по сравниваемым методикам за одни и те же сутки может иметь место весьма значительная корреляция. Она обусловлена общим фактическим значением прогнозируемой величины $Y_i(t)$, наличием у обеих методик одинаковых или сильно коррелированных между собой предикторов. Существенный вклад в корреляцию между ошибками прогноза вносят неучтенные обеими методиками факторы формирования речного стока. К числу таких факторов относятся фактический ход метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза.

Стандартная оценка коэффициента корреляции между ошибками прогноза $Y_i(t) - \tilde{Y}_{1,i}(t)$ и $Y_i(t) - \tilde{Y}_{2,i}(t)$ за сутки $t = 1, \dots, T_i$ прогнозируемого периода общих для обеих методик лет $i = 1, \dots, n_{1,2}$ учитывает, что среднее значение ошибки прогноза практически всегда близко к нулю и определяется формулой (6.1).

Статистическая достоверность этой оценки проверяется с помощью описанного в разделе 3.1 критерия Питмена. Если после замены числа $n_{1,2}$ совместных лет наблюдений количеством $N_{1,2}$

общих суток в рядах проверочных прогнозов по обеим методикам неравенство (3.2) не выполняется, то можно считать, что оценка r коэффициента корреляции между ошибками прогноза по обеим методикам отличается от нуля незначительно, и в последующих расчетах эту оценку следует заменять нулем.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n_{1,2}} \sum_{t=1}^{T_i} [Y_i(t) - Y_{1,i}(t)][Y_i(t) - \tilde{Y}_{2,i}(t)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_{1,2}} \sum_{t=1}^{T_i} [Y_i(t) - \tilde{Y}_{1,i}(t)]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{1,2}} \sum_{t=1}^{T_i} [Y_i(t) - \tilde{Y}_{2,i}(t)]^2}}. \quad (6.1)$$

Оценка r практически всегда статистически достоверно превышает нуль. Корреляция между ошибками прогноза по сравниваемым методикам обязательно должна приниматься во внимание при сравнении оценок V_1^* и V_2^* , т. к. приводит к повышению вероятности обнаружения преимущества одной из методик, т. е. к повышению мощности статистических критериев, применяемых для их сравнения [31].

Предположим, что первая методика выглядит точнее, т. е. выполняется неравенство $V_1^* < V_2^*$. Это может быть обусловлено тем, что первая методика действительно точнее второй, т. е. имеет место неравенство $V_1 < V_2$. Однако преимущество первой методики может оказаться мнимым и быть обусловленным статистической погрешностью сравниваемых оценок. Подтверждение или опровержение преимущества первой методики перед второй сводится к проверке статистической гипотезы ($V_1 = V_2$) против альтернативы ($V_1 < V_2$).

В зависимости от свойств каждого из рядов ошибок проверочных прогнозов для оценки достоверности преимущества первой методики рекомендуются к применению следующие три статистических критерия, сходные с теми, которые были изложены в главе 3 для методик долгосрочного прогнозирования речного стока. При их использовании необходимо принимать во внимание, что если оценка погрешностей сравниваемых методик выполнялась на

зависимом материале, то в ходе такой проверки необходимо учитывать число оцениваемых параметров k_1 и k_2 в каждой из них. Если оценка погрешностей выполнялась на независимом материале, то в последующих расчетах значения k_1 и k_2 следует заменять нулями.

Критерий 1

Данный критерий обладает максимально возможной мощностью, если выполнены следующие условия.

1. Зависимость прогнозируемой величины от используемых первой методикой предикторов описывается рассмотренной в разделе 5.1 линейной регрессионной моделью, а ее прогноз по первой методике определяется формулой вида (5.4).

2. Неоднозначность связи между прогнозируемой величиной и используемыми в первой методике предикторами обусловлена стационарным гауссовским случайным процессом $\xi(t)$, у которого отсутствует автокорреляция, и, следовательно, коэффициент корреляции ρ_1 между величинами $\xi(t)$ и $\xi(t+1)$ равен нулю.

3. Вторая методика представляет упрощенный вариант первой за счет сокращения числа предикторов, уменьшения числа слагаемых в формуле (5.4) или отказа от оценки части ее параметров за счет использования их заранее заданного, например обобщенного, значения. Такое упрощение формулы получения прогноза по второй методике можно выразить в виде предположения о том, что последние m параметров равны нулю: $a_{k-m+1} = \dots = a_k = 0$.

4. Оценка параметров формулы выпуска прогноза по обеим методикам и оценка погрешностей получаемого с их помощью прогноза осуществляется по одному и тому же многолетнему ряду значений прогнозируемой величины и ее предикторов, т. е. выполняется равенство $N_1 = N_2 = N_{1,2} = N$.

5. Погрешности сравниваемых методик V_1^* и V_2^* определяются методом 4 с помощью формул (5.2) и (5.15), в которых число параметров k заменяется величинами $k_1 = k$ и $k_2 = k - m$ соответственно, а коэффициент r_1 в формуле (5.15) равен нулю.

В этих условиях для сравнения оценок погрешности прогноза V_1^* и V_2^* рекомендуется применять критерий, в соответствии с которым неравенство $V_1^* < V_2^*$ следует признать статистически достоверным при уровне значимости α , а первую методику прогноза – явно более точной, если выполняется неравенство:

$$F = \frac{(N - k + m)(N - k + m - 1)V_2^* - (N - k)(N - k - 1)V_1^*}{m(N - k - 1)V_1^*} > F_{m, N-k}(\alpha), \quad (6.2)$$

где $F_{m, N-k}(\alpha)$ – квантиль F -распределения Фишера со степенями свободы m и $N - k$, соответствующий вероятности превышения α . Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать первую методику более точной, когда на самом деле справедлива гипотеза ($V_1 = V_2$). Критические значения $F_{m, N-k}(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$ для различных значений m и $N - k$ помещены в табл. 3.2, в которой число лет n следует заменить общим количеством суток N .

Критерий 2

Применение данного критерия предполагает выполнение следующих условий.

1. Проверка обеих методик производится на основе результатов проверочных прогнозов за одни и те же сутки в количестве N , т. е. выполняется равенство $N_1 = N_2 = N_{1,2} = N$.

2. Для каждой методики ряд ошибок проверочных прогнозов образует случайную выборку из нормального распределения вероятностей.

3. Сравнимые оценки погрешностей V_1^* и V_2^* определялись описанными в главе 5 методами 1, 2 или 3.

В соответствии с данным критерием при уровне значимости α неравенство $V_1^* < V_2^*$ следует признать статистически достоверным, а первую методику прогноза явно более точной, если выполняется неравенство:

$$B = N \ln \left[1 + \frac{(V_2^* - V_1^*)^2}{4V_1^*V_2^*(1-r^2)} \right] > \chi_1^2(\alpha), \quad (6.3)$$

где $\chi_1^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения с одной степенью свободы, соответствующий вероятности превышения α . Для различных значений уровня значимости α критические значения $\chi_1^2(\alpha)$ приведены в табл. 3.3. Как уже было отмечено в главе 3, показатель данного критерия B возрастает с увеличением коэффициента корреляции r между ошибками прогноза по сравниваемым методикам. Следовательно, при больших значениях этого коэффициента даже небольшое преимущество первой методики становится статистически достоверным.

Критерий 3

Данный критерий предназначен для наиболее общего случая, когда не накладывается никаких ограничений на свойства рядов ошибок проверочных прогнозов. В этом критерии необходимо учитывать погрешности $\sigma^*(V_1^*)$ и $\sigma^*(V_2^*)$ оценок V_1^* и V_2^* , которые в зависимости от метода получения этих оценок определяются формулами раздела 5.2. Единственным условием применимости данного критерия является достаточно большое число N_1 и N_2 проверочных прогнозов для каждой из сравниваемых методик.

При уровне значимости α неравенство $V_1^* < V_2^*$ следует признать статистически достоверным, а первую методику прогноза явно более точной, если выполняется неравенство:

$$M = \frac{V_2^* - V_1^*}{\sqrt{[\sigma^*(V_1^*)]^2 + [\sigma^*(V_2^*)]^2 - 2 \frac{N_{1,2}}{\sqrt{N_1 N_2}} r^2 \sigma^*(V_1^*) \sigma^*(V_2^*)}} > t(\alpha), \quad (6.4)$$

где $t(\alpha)$ – квантиль нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения α . В частности, $t(\alpha) = 1,64$ при $\alpha = 5\%$. Показатель данного критерия M возрастает с увеличением коэффициента r . При высокой корреляции

между ошибками прогноза по сравниваемым методикам даже небольшое преимущество первой методики становится статистически достоверным.

6.2. Пример сравнения методик краткосрочного прогнозирования речного стока

В качестве примера рассматривается сравнение двух методик краткосрочного прогнозирования среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки [4]. Обе методики основаны на одних и тех же данных гидрометеорологических наблюдений за $n = 18$ лет, которые за вычетом пропусков охватывают период с 1984 по 2005 год. Общее число N ежедневных наблюдений для каждого месяца варьирует от 508 до 558. Для всего года общее число ежедневных наблюдений за многолетний период составляет 6506.

Первая методика изложена в разделе 5.3 в связи с оценкой ее погрешности рекомендуемыми в главе 5 методами. Для получения прогноза в ней используется линейная формула (5.18), которая содержит $k_1 = 13$ параметров, оцениваемых для каждого месяца.

Вторая методика прогноза основана на тех же данных, имеет аналогичный состав и способ получения предикторов. Ее отличие от первой методики состоит в том, что для получения прогноза в ней используется упрощенный вариант линейной формулы с $k_2 = 7$ оцениваемыми для каждого месяца параметрами. Прогноз среднесуточного расхода воды по второй упрощенной методике определяется формулой:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(t) = & b_0 + b_1 Q(t-1) + b_2 Q(t-2) + b_3 T(t) + b_4 P(t) + \\ & + b_5 T(t-1) + b_6 P(t-1). \end{aligned} \quad (6.5)$$

Применение данной формулы предусматривает соблюдение тех же правил, что и в первой методике.

При сравнении обеих методик применяются изложенные выше статистические критерии с учетом специфики этих методик, оценок их погрешностей V_1^* , V_2^* и оценки коэффициента корреляции r между их ошибками.

Пример использования критерия 1

Вид формул (5.18) и (6.5) получения прогноза по обеим методикам позволяет воспользоваться наиболее мощным критерием 1.

Для расчета оценок V_1^* и V_2^* погрешности прогноза по обеим методикам использованы формулы (5.2) и (5.15) рассмотренного в разделе 5.2 метода 4. В этих формулах учтены результаты проверки обеих методик на зависимом материале, число оцениваемых параметров $k_1 = 13$ и $k_2 = 7$, а также рассчитанные по формуле (5.1) оценки $r_{1,1}$ и $r_{1,2}$ коэффициента корреляции между смежными членами ряда ошибок проверочных прогнозов для каждой методики. Для каждого месяца и всего года значения N , V_1^* и V_2^* , $r_{1,1}$ и $r_{1,2}$ помещены в табл. 6.1. Там же приведены значения показателя данного критерия F , определяемого формулой (6.2) при $k = 13$ и $m = 6$.

Таблица 6.1

**Сравнение методик прогнозирования расходов воды в створе
р. Сочи – г. Сочи критерием 1**

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
N	554	508	526	540	558	540	558	526	540	558	540	558	6506
V_1^*	108	72	114	74	219	146	85	125	77	234	210	262	144
$r_{1,1}$	-0,03	0,01	0,02	0,02	0,21	0,23	0,11	0,12	0,12	-0,03	0,00	0,08	0,07
V_2^*	161	88	164	83	279	149	86	135	81	266	253	331	172
$r_{1,2}$	0,03	0,00	-0,02	-0,03	-0,01	-0,05	-0,02	-0,01	-0,02	-0,05	-0,03	0,00	-0,02
F	47,2	18,2	36,8	10,8	24,7	1,88	1,04	6,12	4,67	11,8	17,9	23,6	212

Критическим значением показателя данного критерия F является квантиль $F_{m,N-k}(\alpha)$ распределения Фишера со степенями свободы m и $N-k$, соответствующий вероятности превышения α . При уровне значимости критерия $\alpha = 5\%$, $m = 6$ и большом значении $N-k$ в качестве критического для показателя F использовалось значение $F_{6,\infty}(5\%) = 2,10$.

Согласно табл. 6.1, неравенство (6.2) выполняется и преимущество первой методики является статистически достоверным и для всего года в целом, и для каждого месяца в отдельности за исключением июня и июля.

Пример использования критерия 2

При использовании более общего критерия 2 учитывались те же оценки V_1^* и V_2^* погрешности прогноза по сравниваемым методикам. Коэффициент корреляции r между ошибками прогноза по первой и второй методикам за одни и те же дни оценивался по формуле (6.1) для каждого месяца и для всего года в целом. Его значения приведены в табл. 6.2. Там же помещены значения показателя B данного критерия, рассчитанные по формуле (6.3).

Таблица 6.2

**Сравнение методик прогнозирования расходов воды в створе
р. Сочи – г. Сочи критерием 2**

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
N	554	508	526	540	558	540	558	526	540	558	540	558	6506
V_1^*	108	72	114	74	219	146	85	125	77	234	210	262	144
V_2^*	161	88	164	83	279	149	86	135	81	266	253	331	172
r	0,81	0,87	0,84	0,92	0,85	0,96	0,98	0,97	0,93	0,90	0,90	0,89	0,90
B	61,5	20,7	56,6	11,5	28,9	0,73	0,54	13,0	2,61	11,9	24,2	35,7	265

Критическим значением показателя данного критерия B является квантиль хи-квадрат распределения с одной степенью свободы $\chi_1^2(\alpha)$, соответствующий вероятности превышения α . При уровне значимости критерия $\alpha = 5\%$ критическим для показателя B является значение $\chi_1^2(5\%) = 3,84$.

Согласно табл. 6.2, неравенство (6.3) выполняется и преимущество первой методики является статистически достоверным и для всего года в целом, и для каждого месяца в отдельности, за исключением июня, июля и сентября.

Пример использования критерия 3

При использовании наиболее общего критерия 3 учитывались те же рассчитанные по формулам (5.2) и (5.15) оценки V_1^* и V_2^* погрешности прогноза по сравниваемым методикам, а также рассчитанные по формуле (5.1) оценки $r_{1,1}$ и $r_{1,2}$ коэффициента корреляции между смежными членами соответствующих им рядов ошибок проверочных прогнозов. Среднеквадратические погрешности $\sigma^*(V_1^*)$ и $\sigma^*(V_2^*)$ этих оценок рассчитаны по формуле (5.16) и помещены в табл. 6.3. Там же для каждого месяца и всего года в целом приведены значения показателя M данного критерия, которые определяются формулой (6.4) при $N_1 = N_2 = N_{1,2} = N$ и оценке коэффициента корреляции r между ошибками прогноза по первой и по второй методике за одни и те же дни по формуле (6.1).

Таблица 6.3

Сравнение методик прогнозирования расходов воды в створе
р. Сочи – г. Сочи критерием 3

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
N	554	508	526	540	558	540	558	526	540	558	540	558	6506
V_1^*	108	72	114	74	219	146	85	125	77	234	210	262	144
$\sigma^*(V_1^*)$	6,6	4,6	6,2	5,1	18,9	17,3	11,1	16,7	6,5	17,2	14,1	19,1	3,8
V_2^*	161	88	164	83	279	149	86	135	81	266	253	331	172
$\sigma^*(V_2^*)$	15,6	6,7	10,6	6,4	30,6	18,0	11,7	16,8	7,3	20,1	18,6	24,9	5,0
r	0,81	0,87	0,84	0,92	0,85	0,96	0,98	0,97	0,93	0,90	0,90	0,89	0,90
M	4,9	5,1	7,9	3,3	3,9	0,8	0,4	2,1	1,4	5,9	4,6	5,7	12,7

Критическим значением показателя данного критерия M является квантиль $t(\alpha)$ нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения α . При уровне значимости критерия $\alpha = 5\%$ критическим для показателя M является значение $t(5\%) = 1,64$.

Согласно табл. 6.3, неравенство (6.4) выполняется, и преимущество первой методики является статистически достоверным и для всего года в целом, и для каждого месяца в отдельности за исключением июня, июля и сентября. Период с июня по сентябрь наступает после спада относительно невысокого половодья и характеризуется пониженной частотой прохождения паводков на р. Сочи, поэтому упрощение формулы получения прогноза при использовании второй методики сказывается в минимальной степени [4].

Таким образом, использование всех трех критериев привело к одинаковому выводу о статистически достоверном преимуществе первой методики для всего года в целом и практически для всех месяцев.

6.3. Оценка эффективности методик краткосрочного прогнозирования речного стока

Методики долгосрочного прогнозирования характеристик речного стока строятся на основе учета располагаемой на дату составления прогноза гидрометеорологической информации о факторах ее изменчивости. В качестве альтернативы может использоваться прогноз, основанный на статистическом анализе многолетних данных только о самой прогнозируемой характеристике. Как правило, для долгосрочных и выпускаемых один раз в год среднесрочных гидрологических прогнозов в качестве такой безусловной альтернативы рассматривается климатический прогноз. Практическое применение методики может считаться оправданным, если она явно точнее климатического прогноза. Для методик краткосрочного и среднесрочного прогнозирования речного стока с ежедневным выпуском прогнозов в течение некоторого периода года в качестве безусловной альтернативы используется инерционный прогноз [21].

При заблаговременности прогноза Δt суток инерционный прогноз $\tilde{Y}_H(t)$ характеристики речного стока для суток t прогнозируемого периода учитывает известное на дату его составления значение этой характеристики $Y(t - \Delta t)$ и определяется формулой:

$$\tilde{Y}_H(t) = Y(t - \Delta t) + \bar{\Delta}, \quad (6.6)$$

где $\bar{\Delta}$ – среднее многолетнее изменение характеристики речного стока за период заблаговременности прогноза, которое обеспечивает отсутствие систематической ошибки. Эта величина вычисляется, как среднее арифметическое ряда фактически наблюдававшихся изменений $\Delta_i(t) = Y_i(t) - Y_i(t - \Delta t)$ при $t = 1, \dots, T_i$ в течение прогнозируемого периода года с номером i из n лет гидрометрических наблюдений.

Погрешность инерционного прогноза принято характеризовать величиной σ_Δ , которая определяется формулой:

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_j} [\Delta_i(t) - \bar{\Delta}]^2}. \quad (6.7)$$

Согласно Наставлению по службе прогнозов [21], эффективность, т. е. практическая применимость методики краткосрочного прогнозирования речного стока оценивается на основе соотношения показателя погрешности инерционного прогноза σ_Δ и рассчитываемым по формуле (5.2) показателем S погрешности прогноза по оцениваемой методике. В зависимости от соотношения S/σ_Δ и числа проверочных прогнозов N методика краткосрочного или среднесрочного прогнозирования речного стока по своей эффективности относится к одной из трех возможных категорий качества в соответствии с табл. 3.5, в которой величины n и S/σ надо заменить величинами N и S/σ_Δ [5, 21].

При краткосрочном или среднесрочном прогнозировании сроков наступления характерного гидрологического явления выделяются два случая.

1. Если прогноз составляется раньше самой ранней даты t_{\min} его наступления за весь период многолетних наблюдений, то вместо показателя σ_Δ используется среднеквадратическое отклонение σ фактической даты наступления характерного гидрологического явления, рассчитываемое по формуле (6.8).

2. Если прогноз составляется не раньше самой ранней даты t_{\min} его наступления за весь период многолетних наблюдений, то вместо величины σ_{Δ} используется показатель $\hat{\sigma}_{\Delta}$, рассчитанный аналогичным образом в пределах сокращенной амплитуды, т. е. по \hat{N} значениям фактических сроков наступления явления, которые наблюдались не ранее даты t_{\min} [21].

Для некоторых методик среднесрочного прогнозирования речного стока в качестве безусловной альтернативы может быть использован климатический прогноз как более точный по сравнению с инерционным прогнозом. Подобная ситуация может возникнуть при прогнозировании речного стока или притока воды в водохранилище за декаду [5, 21]. В общем случае соотношение между точностью климатического и инерционного прогноза определяется соотношением между скоростью развития прогнозируемого гидрологического процесса и заблаговременностью прогноза.

Выбор между климатическим и инерционным прогнозом в качестве безусловной альтернативы к оцениваемой методике определяется соотношением между показателями σ и σ_{Δ} их погрешности. При ежедневном выпуске прогнозов в течение некоторого периода года показатель погрешности климатического прогноза σ определяется сходной с выражением (3.7) формулой:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_j} [Y_i(t) - \bar{Y}]^2}, \quad (6.8)$$

где \bar{Y} – норма прогнозируемой величины, рассчитанная по N наблюдавшимся в течение прогнозируемого периода каждого из n лет гидрометрических наблюдений.

При заблаговременности прогноза Δt суток соотношение между показателями σ и σ_{Δ} определяется угловым коэффициентом a графика зависимости значений прогнозируемой величины $Y(t)$ от ее значений $Y(t - \Delta t)$, наблюдаемых раньше на Δt суток [21]. Этот коэффициент должен оцениваться по располагаемому за n лет гидрометрических наблюдений ряду значений $Y_i(t)$ и

$Y_i(t - \Delta t)$ при $t = 1, \dots, T_i$ и $i = 1, \dots, n$. Для этого необходимо получить стандартную статистическую оценку $r(\Delta)$ коэффициента корреляции между величинами $Y(t)$ и $Y(t - \Delta t)$, и оценку дисперсии $\sigma^2(Y_\Delta)$ величины $Y(t - \Delta t)$ по ряду N значений $Y_i(t - \Delta t)$ при $t = 1, \dots, T_i$ и $i = 1, \dots, n$ по формуле, аналогичной (6.8). Коэффициент a следует оценивать по формуле:

$$a^* = r(\Delta) \frac{\sigma}{\sigma(Y_\Delta)}. \quad (6.9)$$

С ростом общего числа наблюдений N оценка a^* приближается к своему математическому ожиданию a , которое определяет соотношение между погрешностями климатического и инерционного прогноза:

– если $a > 1/2$, то $\sigma > \sigma_\Delta$ и, следовательно, в качестве безусловной альтернативы к оцениваемой методике следует использовать инерционный прогноз;

– если $a < 1/2$, то $\sigma < \sigma_\Delta$ и, следовательно, в качестве безусловной альтернативы к оцениваемой методике следует использовать климатический прогноз [21].

В распоряжении прогнозиста имеется не само математическое ожидание a , а его оценка a^* по формуле (6.9). Эта оценка содержит случайную ошибку, которая обусловлена ограниченностью используемого ряда наблюдений. Среднеквадратическая погрешность оценки a^* может быть приближенно рассчитана по формуле:

$$\sigma^*(a^*) = \frac{1}{\sqrt{N-2}} \frac{\sigma \sqrt{1-r^2(\Delta)}}{\sigma(Y_\Delta)}. \quad (6.10)$$

При выборе безусловной альтернативы к оцениваемой методике долгосрочного или среднесрочного прогноза характеристики гидрологического режима рекомендуется использовать следующий критерий, основанный на асимптотической нормальности распределения вероятностей оценки a^* .

1. Инерционный прогноз точнее климатического и должен использоваться в качестве альтернативы к оцениваемой методике, если выполняется неравенство:

$$a^* > 1/2 + t(\alpha/2) \sigma^*(a^*), \quad (6.11)$$

где $t(\alpha/2)$ – квантиль нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения $\alpha/2$. Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать коэффициент a^* превышающим $1/2$, когда на самом деле он равен $1/2$. В частности, $t(\alpha/2) = 1,96$ при $\alpha = 5\%$. Для других величин уровня значимости α критические значения $t(\alpha/2)$ могут быть определены по табл. 2.1.

2. Если неравенство (6.11) не выполняется, то в качестве альтернативы к оцениваемой методике должен использоваться климатический прогноз, который не менее точен, чем инерционный. В случае выбора климатического прогноза в качестве альтернативы к методике среднесрочного прогнозирования речного стока оценку ее эффективности следует выполнять в соответствии с рекомендациями, содержащимися в разделе 3.3.

Как и рассмотренный в разделе 3.3 показатель σ погрешности климатического прогноза, определяемый формулой (6.7) показатель σ_{Δ} занижает погрешность инерционного прогноза. Даже при отсутствии корреляции между членами ряда ошибок инерционного прогноза среднее значение квадрата его ошибки V_{II} равно не σ_{Δ}^2 , а $\frac{(N+1)}{N} \sigma_{\Delta}^2$. Однако корреляция между ошибками инерционного прогноза, особенно за смежные сутки, может быть весьма значительной. Оценка $r_{1,\Delta}$ коэффициента корреляции между ошибками инерционного прогноза за смежные сутки прогнозируемого периода может быть получена с помощью формулы (5.1), если в ней ошибки $Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)$ прогноза по рассматриваемой методике заменить ошибками $\Delta_i(t) - \bar{\Delta}$ инерционного прогноза. Статистическую достоверность оценки $r_{1,\Delta}$ следует устанавливать с помощью

рассмотренного в главе 3 критерия Андерсона. При этом число лет n в неравенстве (2.7) следует заменить числом N членов общего ряда ошибок проверочных прогнозов. Если неравенство (2.7) выполняется, то во всех последующих формулах коэффициент $r_{1,\Delta}$ следует заменять нулем.

Согласно данным [13, 29, 32], при статистически достоверной оценке коэффициента $r_{1,\Delta}$ несмещенная оценка погрешности инерционного прогноза определяется аналогичной (3.10) формулой:

$$V_{II}^* = \sigma_{\Delta}^2 \left(\frac{N-1}{N-2} \right) \cdot \left[1 - \frac{1+r_{1,\Delta}}{(N-1)(1-r_{1,\Delta})} \right]^{-1}. \quad (6.12)$$

Среднеквадратические погрешности оценок V_{II}^* и $\sqrt{V_{II}^*}$ могут приближенно рассчитываться по формулам:

$$\sigma^*(V_{II}^*) = V_{II}^* \sqrt{\frac{2}{N-1}} \sqrt{\frac{1+r_{1,\Delta}^2}{1-r_{1,\Delta}^2}}, \quad (6.13)$$

$$\sigma^*(\sqrt{V_{II}^*}) = \sqrt{V_{II}^*} \sqrt{\frac{1}{2(N-1)}} \sqrt{\frac{1+r_{1,\Delta}^2}{1-r_{1,\Delta}^2}}. \quad (6.14)$$

Несмещенную оценку V^* погрешности методики краткосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристики речного стока следует получать в зависимости от объема и от свойств имеющихся в распоряжении данных одним из четырех методов, описанных в разделе 5.2.

Согласно выводам раздела 6.1, при сравнении этих оценок V^* и V_{II}^* необходимо учитывать коэффициент корреляции между ошибками $Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)$ прогноза по оцениваемой методике и ошибками $\Delta_i(t) - \bar{\Delta}$ инерционного прогноза для одних и тех же суток $t = 1, \dots, T_i$ прогнозируемого периода каждого года $i = 1, \dots, n$. Оценка этого коэффициента r может быть получена с помощью

формулы (6.1). Статистическая достоверность этой оценки проверяется с помощью описанного в разделе 3.1 критерия Питмена. Если после замены числа $n_{1,2}$ совместных лет наблюдений количеством N общих суток в рядах проверочных прогнозов неравенство (3.2) не выполняется, то в последующих расчетах эту оценку следует заменять нулем.

В целях оценки эффективности методики краткосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристики речного стока следует проверить статистическую достоверность неравенства $V^* < V_{II}^*$. Для решения этой задачи в зависимости от имеющихся в распоряжении данных рекомендуется использовать один из трех критериев. Эти критерии вытекают из общих критериев сравнения различных методик краткосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристик речного стока с одинаковой заблаговременностью.

Критерий 1

Данный наиболее мощный критерий сравнения дисперсий Фишера применим, когда выполняются следующие условия.

1. Проверка оцениваемой методики и инерционного прогноза выполняется рекомендованным в разделе 5.2 методом 1 на независимом материале по соответствующим рядам проверочных прогнозов продолжительностью N .

2. Оба ряда проверочных прогнозов соответствуют нормальному распределению вероятностей.

3. В обоих рядах отсутствует статистически достоверная автокорреляция, что позволяет принять коэффициенты r_1 и $r_{1,\Delta}$ равными нулю.

4. Между этими рядами отсутствует статистически достоверная парная корреляция, что позволяет принять коэффициент r равным нулю.

В соответствии с данным критерием неравенство $V^* < V_{II}^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$F = \frac{V_H^*}{V^*} > F_{N,N}(\alpha), \quad (6.15)$$

где $F_{N,N}(\alpha)$ – квантиль F -распределения Фишера со степенями свободы N и N , соответствующий вероятности превышения α [6, 12, 55]. Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать рассматриваемую методику более точной, когда на самом деле $V_H = V$. Критические значения $F_{N,N}(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$ для различных значений N помещены в табл. 6.4 [6].

Таблица 6.4

Критические значения $F_{N_H, N_H}(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$

N	15	20	30	40	60	120	∞
$F_{N,N}(5\%)$	2,40	2,12	1,84	1,69	1,53	1,35	1,00

Критерий 2

Применение данного критерия предполагает выполнение следующих условий.

1. Проверка оцениваемой методики и инерционного прогноза производится на основе результатов проверочных прогнозов за одни и те же сутки в количестве N .

2. Для каждой методики ряд ошибок проверочных прогнозов образует случайную выборку из нормального распределения вероятностей.

3. Оценка погрешности рассматриваемой методики определялась описанными в главе 5 методами 1, 2 или 3, а оценка V_H^* – формулами (6.7) и (6.12).

В соответствии с данным критерием при уровне значимости α неравенство $V^* < V_H^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$B = N \ln \left[1 + \frac{(V_{II}^* - V^*)^2}{4V^*V_{II}^*(1-r^2)} \right] > \chi_1^2(\alpha), \quad (6.16)$$

где $\chi_1^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения с одной степенью свободы, соответствующий вероятности превышения α . При $\alpha = 5\%$ критическое значение равно $\chi_1^2(5\%) = 3,84$. Для других величин уровня значимости α критические значения $\chi_1^2(\alpha)$ приведены в табл. 3.3. В табл. 6.5 при $\alpha = 5\%$ и различных значениях N и r приведены минимально достаточные значения $\sqrt{V^*} / \sqrt{V_{II}^*}$, при которых с помощью данного критерия неравенство $V^* < V_{II}^*$ можно признать статистически достоверным, а рассматриваемую методику краткосрочного прогноза более точной, чем методика инерционного прогноза.

Таблица 6.5

Минимально достаточные значения отношения $\sqrt{V^*} / \sqrt{V_{II}^*}$ при $\alpha = 5\%$

r	N					
	25	50	100	250	500	1000
0	0,67	0,76	0,82	0,88	0,92	0,94
0,25	0,68	0,76	0,83	0,89	0,92	0,94
0,50	0,71	0,78	0,84	0,90	0,93	0,95
0,75	0,77	0,83	0,88	0,92	0,94	0,96
0,95	0,88	0,83	0,88	0,92	0,94	0,96

Помещенные в таблице данные наглядно демонстрируют роль коэффициента парной корреляции между ошибками проверочных прогнозов сравниваемых методик. Минимально достаточные значения $\sqrt{V^*} / \sqrt{V_{II}^*}$ увеличиваются с ростом r и приближаются к единице по мере увеличения числа проверочных прогнозов N .

Критерий 3

Данный критерий предназначен для наиболее общего случая, когда не накладывается никаких ограничений на свойства рядов ошибок проверочных прогнозов. В этом критерии необходимо учитывать погрешности $\sigma^*(V_H^*)$ и $\sigma^*(V^*)$ оценок V_H^* и V^* , которые определяются формулой (6.13) и формулами раздела 5.2 в зависимости от метода получения оценки V^* . Единственным условием применимости данного критерия является достаточно большое число проверочных прогнозов $N \geq 25$.

В соответствии с данным критерием неравенство $V^* < V_H^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$M = \frac{V_H^* - V^*}{\sqrt{[\sigma^*(V^*)]^2 + [\sigma^2(V_H^*)]^2 - 2r^2\sigma^*(V^*)\sigma^*(V_H^*)}} > t(\alpha), \quad (6.17)$$

где $t(\alpha)$ – квантиль нормального распределения вероятностей, соответствующий вероятности превышения α . В частности, $t(\alpha) = 1,64$ при $\alpha = 5\%$. Значения $t(\alpha)$ для различных величин уровня значимости α помещены в табл. 2.1.

Рекомендуемые критерии позволяют получать статистически достоверный вывод о преимуществе рассматриваемой методики краткосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристики речного стока по сравнению с инерционным прогнозом. Это преимущество выражается неравенством $V < V_H$, которое должно выполняться для истинных значений сравниваемых погрешностей прогноза. Однако на заключительном этапе оценки эффективности рассматриваемой методики прогноза может возникнуть потребность в некотором «запасе прочности». Тот факт, что погрешность методики ниже, чем у инерционного прогноза, может оказаться недостаточным для вывода об эффективности ее практического использования. Необходимо, чтобы ее преимущество было бы достаточно ощутимым. Это требование усиленной эффективности методики можно выразить равносильными неравенствами

$\sqrt{V} < \gamma \sqrt{V_H}$, в которых коэффициент γ характеризует запас эффективности методики. Чем он ниже, тем больше ее преимущество перед инерционным прогнозом. Например, при $\gamma = 0,5$ показатель ее погрешности прогноза \sqrt{V} должен быть в два раза ниже, чем показатель $\sqrt{V_H}$ погрешности климатического прогноза.

Критерий усиленной эффективности

В целях проверки статистической достоверности неравенства $\sqrt{V} < \gamma \sqrt{V_H}$ или $V < \gamma^2 V_H$ рекомендуется использовать приспособленный для решения поставленной задачи вариант наиболее общего критерия 3. При уровне значимости α соотношение $V^* < \gamma^2 V_H^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$M_{\gamma} = \frac{\gamma^2 V_H^* - V^*}{\sqrt{[\sigma^*(V^*)]^2 + [\gamma^2 \sigma^*(V_H^*)]^2 - 2r^2 \gamma^2 \sigma^*(V^*) \sigma^*(V_H^*)}} > t(\alpha), \quad (6.18)$$

Данный критерий усиленной эффективности методики существенно упрощается при отсутствии автокорреляции в сравниваемых рядах ошибок проверочных прогнозов и при относительно небольшом числе оцениваемых параметров по сравнению с числом проверочных прогнозов. В этом случае погрешность оцениваемой методики и инерционного прогноза характеризуют определяемые формулами (5.2) и (6.7) традиционные показатели S и σ_{Δ} .

Упрощенный критерий усиленной эффективности

Согласно упрощенному варианту данного критерия соотношение $V^* < \gamma^2 V_H^*$ следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$\tilde{M}_{\gamma} = \sqrt{\frac{N}{2}} \frac{\gamma^2 - (S/\sigma_{\Delta})^2}{\sqrt{(S/\sigma_{\Delta})^4 + \gamma^4 - 2r^2 \gamma^2 (S/\sigma_{\Delta})^2}} > t(\alpha). \quad (6.19)$$

В табл. 6.6 для $\alpha = 5\%$ приведены максимальные значения отношения S/σ_{Δ} , при которых неравенство (6.19) выполняется при $\gamma = 1$. При меньших значениях этого коэффициента помещенные в таблице значения S/σ_{Δ} надо умножить на величину γ .

Таблица 6.6

**Минимально достаточные значения отношения S/σ_{Δ}
при $\alpha = 5\%$ и $\gamma = 1$**

r	N					
	25	50	100	250	500	1000
0	0,63	0,74	0,82	0,88	0,91	0,93
0,25	0,64	0,75	0,82	0,89	0,92	0,94
0,50	0,67	0,78	0,84	0,90	0,93	0,95
0,75	0,74	0,82	0,88	0,92	0,94	0,96
0,95	0,86	0,91	0,93	0,96	0,97	0,98

6.4. Пример оценки эффективности методики краткосрочного прогнозирования речного стока

В качестве примера рассматривается оценка эффективности изложенной в разделе 5.3 методики прогнозирования среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки [4]. Методика основана на данных гидрометеорологических наблюдений за $n = 18$ лет, которые за вычетом пропусков охватывают период с 1984 по 2005 г. Общее число N ежедневных наблюдений для каждого месяца варьирует от 508 до 558 (табл. 6.7). Для всего года общее число ежедневных наблюдений за многолетний период составляет 6506.

Формула (5.18) получения ежедневного прогноза среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи полностью соответствует требованиям применимости рекомендуемого в разделе 5.2 метода 4. Рассчитанные по формуле (5.15) оценки $\sqrt{V^*}$ м³/с погрешности методики для каждого месяца и всего

года в целом помещены в табл. 6.7. Там же помещены рассчитанные по формуле (5.2) значения показателя погрешности методики S и рассчитанные по формуле (5.1) оценки коэффициента корреляции r_1 между ошибками проверочных прогнозов за смежные сутки.

Таблица 6.7

Характеристики ошибок прогноза среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи по оцениваемой методике

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
N	554	508	526	540	558	540	558	526	540	558	540	558	6506
S	9,3	7,6	9,5	7,3	12,8	8,8	6,3	7,8	6,9	12,1	12,1	14,2	9,6
r_1	-0,03	0,01	0,02	0,02	0,21	0,23	0,11	0,12	0,12	-0,03	0,00	0,08	0,07
$\sqrt{V^*}$	10,4	8,5	10,7	8,6	14,8	12,1	9,2	11,2	8,8	15,3	14,5	16,2	12,0

Инерционный прогноз с заблаговременностью одни сутки определяется формулой (6.6) при $\Delta t = 1$. Значения величины $\bar{\Delta}$ для каждого месяца и всего года в целом помещены в табл. 6.8. Там же помещены рассчитанные по формуле (6.7) значения показателя σ_{Δ} , оценки коэффициента корреляции $r_{1,\Delta}$ между ошибками инерционного прогноза за смежные сутки и рассчитанные по формуле (6.12) оценки погрешности инерционного прогноза $\sqrt{V_{II}^*}$ м³/с.

Таблица 6.8

Характеристики ошибок прогноза среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
N	0,0	-0,2	0,0	-0,1	0,1	-0,4	-0,3	0,1	-0,1	0,6	-0,3	0,3	0,00
S	15,1	12,7	16,5	12,0	19,6	12,2	10,0	11,8	10,8	21,0	21,4	22,6	15,5
r_1	-0,12	-0,14	-0,08	-0,02	-0,08	0,06	-0,13	-0,15	0,01	-0,10	-0,14	-0,16	-0,09
$\sqrt{V^*}$	17,9	13,7	19,5	13,7	26,4	16,1	12,8	15,1	13,8	23,9	25,4	25,3	18,6

В табл. 6.9 для каждого месяца и всего года в целом помещены значения традиционно используемого отношения S/σ_{Δ} , соотношения $\sqrt{V^*} / \sqrt{V_{II}^*}$ между несмещенными оценками погрешности оцениваемой методики и инерционного прогноза и коэффициента корреляции r между ошибками прогноза по оцениваемой методике и ошибками инерционного прогноза за одни и те же сутки.

Как будет показано в разделе 7.2, распределение вероятностей ошибок прогноза по оцениваемой методике и ошибок инерционного прогноза существенно отличается от нормального. В связи с этим для оценки эффективности рассматриваемой методики использован наиболее общий критерий 3. Рассчитанные по формуле (6.17) значения показателя критерия M помещены в табл. 6.9. Все они достаточно велики, чтобы неравенство (6.17) выполнялось при любом разумном уровне значимости критерия α . Таким образом, рассматриваемая методика прогнозирования среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки может считаться эффективной для каждого месяца и всего года в целом.

Таблица 6.9

Характеристики эффективности методики краткосрочного прогнозирования среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
S/σ_{Δ}	0,62	0,60	0,58	0,61	0,65	0,72	0,63	0,66	0,64	0,58	0,57	0,63	0,62
$\sqrt{V^*} / \sqrt{V_{II}^*}$	0,58	0,62	0,55	0,63	0,56	0,75	0,72	0,74	0,64	0,64	0,57	0,64	0,65
r	0,36	0,50	0,33	0,44	0,29	0,49	0,40	0,45	0,30	0,41	0,41	0,50	0,41
M	10,9	10,0	11,2	9,9	11,2	7,0	7,7	7,0	9,3	9,7	11,1	10,0	32,7
$\min \gamma$	0,67	0,65	0,63	0,66	0,71	0,78	0,54	0,71	0,69	0,63	0,62	0,68	0,65

Использование упрощенного критерия усиленной эффективности позволило рассчитать минимальные значения $\min \gamma$ коэффициента запаса эффективности рассматриваемой методики γ , при которых неравенство (6.19) выполняется для значений N ,

S/σ_{Δ} и r каждого месяца и всего года в целом. Приведенные в табл. 6.9 величины $\min \gamma$ свидетельствуют о том, что неравенство $\sqrt{V} < \gamma \sqrt{V_{II}}$ можно признать статистически достоверным при минимальных значениях коэффициента запаса эффективности рассматриваемой методики γ в пределах от 0,54 до 0,78. Для всего года в целом коэффициент запаса эффективности рассматриваемой методики не превышает 0,65.

ГЛАВА 7

ОЦЕНКА ОПРАВДЫВАЕМОСТИ КРАТКОСРОЧНЫХ ПРОГНОЗОВ РЕЧНОГО СТОКА

7.1. Действующие правила оценки оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока

Если для методики краткосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристики речного стока в качестве безусловной альтернативы используется инерционный прогноз, то за допустимую ошибку прогноза принимается величина $\delta_{\text{доп}} = 0,674 \sigma_{\Delta}$, где σ_{Δ} – определяемый формулой (6.7) показатель погрешности инерционного прогноза. Согласно Наставлению по службе прогнозов, оправдываемость проверочных прогнозов характеризуется относительной частотой их допустимых ошибок, абсолютное значение которых не превышает величину $\delta_{\text{доп}}$ [21].

Назначение величины $\delta_{\text{доп}}$ обусловлено тем, что если ошибки инерционного прогноза $Y_i(t) - \tilde{Y}_{И,i}(t)$ при $t = 1, \dots, T_i$ в течение прогнозируемого периода каждого года $i = 1, \dots, n$ подчиняются нормальному распределению вероятностей с нулевым математическим ожиданием и равным σ_{Δ} среднеквадратическим отклонением, то абсолютная величина этих ошибок не превышает $\delta_{\text{доп}}$ с вероятностью 50 %.

В связи с этим для оцениваемой методики анализируется многолетний ряд ошибок проверочных прогнозов за n лет. Для каждого года с номером $i = 1, \dots, n$ и продолжительностью прогнозируемого периода T_i ряд ошибок ежедневных проверочных прогнозов образован разностями $Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)$ между фактическими значениями характеристики стока $Y_i(t)$ и их прогнозом по оцениваемой методике $\tilde{Y}_i(t)$ при $t = 1, \dots, T_i$. Общая длина N ряда проверочных прогнозов за n лет равна сумме $T_1 + \dots + T_n$ продолжительностей прогнозируемого периода за каждый год. По этому ряду рассчитывается относительная частота P_M^* допустимых ошибок прогноза, т. е. случаев, когда выполняется неравенство $|Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)| \leq \delta_{\text{доп}}$. Частота (обеспеченность) P_M^* характеризует оправдываемость методики. Ее применение считается целесообразным, если P_M^* не менее чем на 10 % превышает 50 %, т. е. выполняется неравенство $P_M^* \geq 60\%$ [5, 21].

При краткосрочном или среднесрочном прогнозировании сроков наступления характерного гидрологического явления выделяются два случая.

1. Если прогнозы составляются раньше самой ранней даты t_{\min} его наступления за весь период многолетних наблюдений, то при оценке оправдываемости таких прогнозов назначается допустимая ошибка прогноза $\delta_{\text{доп}} = 0,674 \sigma$, в которую входит определяемый формулой (6.8) показатель погрешности климатического прогноза.

2. Если прогнозы составляются не раньше самой ранней даты t_{\min} его наступления за весь период многолетних наблюдений, то при оценке оправдываемости таких прогнозов назначается допустимая ошибка прогноза $\delta_{\text{доп}} = 0,674 \hat{\sigma}_\Delta$. В нее входит показатель $\hat{\sigma}_\Delta$, рассчитанный по формуле (6.7) в пределах сокращенной амплитуды, т. е. по \hat{N} значениям фактических сроков наступления явления, которые наблюдались не ранее даты t_{\min} [21].

При ежедневном краткосрочном прогнозировании сроков наступления характерного гидрологического явления заблаговременность прогноза последовательно уменьшается. Следовательно, результаты одного года не могут быть использованы для оценки погрешности инерционного прогноза σ_{Δ} и допустимой ошибки $\delta_{\text{доп}}$. Для каждого значения заблаговременности таких прогнозов Δt оценки σ_{Δ} и $\delta_{\text{доп}}$ могут быть получены только по многолетним данным. Кроме того, необходимо учитывать, что и сам прогноз, и его допустимая ошибка – величины дискретные, определяемые с шагом в одни сутки. В зависимости от заблаговременности Δt таких прогнозов допустимую ошибку $\delta_{\text{доп}}$ принято определять с помощью табл. 7.1 [21].

Таблица 7.1

Допустимая ошибка краткосрочного прогноза времени наступления характерного гидрологического явления

Δt	1	2	3	4	5	6	7
$\delta_{\text{доп}}$	1	1	1	2	2	3	3

Вероятность P_M допустимой ошибки прогноза по рассматриваемой методике оценивается относительной частотой P_M^* попадания в отрезок от $-0,674\sigma_{\Delta}$ до $0,674\sigma_{\Delta}$ проверочных прогнозов. Аналогичным образом вероятность P_{II} допустимой ошибки инерционного прогноза оценивается соответствующей частотой P_{II}^* . С ростом продолжительности N рядов проверочных прогнозов частоты P_M^* и P_{II}^* стремятся к соответствующим вероятностям P_M и P_{II} .

Для любого распределения вероятностей ошибок прогноза соотношение между P_M и P_{II} определяется соотношением между среднеквадратической погрешностью прогноза \sqrt{V} по оцениваемой методике и погрешностью $\sqrt{V_{II}}$ инерционного прогноза. В

частности, при нормальном распределении вероятностей ошибок прогноза по сравниваемым методикам $P_{II} = 0,5$, а вероятность P_M определяется данными табл. 7.2 [5, 21].

Таблица 7.2

Вероятность допустимых ошибок прогноза P_M^* при различных значениях $\sqrt{V} / \sqrt{V_{II}}$

$\sqrt{V} / \sqrt{V_{II}}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
P_M %	100	99,9	97,5	91	82,5	74	66,5	60	54,5	50

Согласно табл. 7.2, вероятность P_M не менее чем на 10 % превышает обеспеченность 50 % вероятного отклонения прогнозируемой величины от нормы, если $\sqrt{V} / \sqrt{V_{II}} \leq 0,8$. Таким образом, при достаточно большом числе N проверочных прогнозов применение считается целесообразным с точки зрения обеспеченности допустимой ошибки получаемых по этой методике прогнозов, если эта методика относится к категории удовлетворительных с точки зрения ее эффективности по сравнению с климатически прогнозом.

Изложенные выше нормативные правила основаны на предположении о том, что ряды ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике и ошибок альтернативного ей инерционного прогноза являются не зависящими друг от друга выборками из нормального распределения вероятностей. Данное предположение может не выполняться. В связи с этим необходимо обратить внимание на следующие обстоятельства.

1. Как было показано в разделе 4.1, если распределение вероятностей ошибок инерционного прогноза отличается от нормального, то вероятность P_{II} может отличаться от 50 % и в зависимости от этого распределения варьировать в пределах от 15 до 85 %.

2. Если распределение вероятностей ошибок прогноза по оцениваемой методике отличается от нормального, то зависимость соотношения между вероятностями P_M и P_{II} от величины

$\sqrt{V} / \sqrt{V_{II}}$ имеет более сложный характер и уже не может определяться табл. 7.2.

3. Как правило, между рядами ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике и ошибок инерционного прогноза имеет место достаточно высокая корреляция. Согласно выводам раздела 4.2, она приводит к статистически достоверной зависимости между частотами P_M^* и P_{II}^* , которая требует учета при их сравнении.

4. Между членами ряда ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике, и особенно между ошибками прогноза за смежные сутки, может иметь место достаточно высокая корреляция, рассмотренная в разделе 5.1. Это может относиться и к ряду ошибок инерционного прогноза. Автокорреляция рядов проверочных краткосрочных или среднесрочных прогнозов оказывает влияние на свойства частот P_M^* и P_{II}^* , и в отличие от рекомендуемых в разделе правил оценки оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока требует учета при их сравнении.

7.2. Рекомендации по оценке оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока

С учетом отмеченных обстоятельств оценка оправдываемости краткосрочных и среднесрочных прогнозов, выпускаемых ежедневно в течение определенного периода каждого года, должна быть основана на сравнении частоты P_M^* допустимых ошибок прогноза по проверяемой методике с частотой P_{II}^* допустимых ошибок инерционного прогноза. Цель такого сравнения – проверить статистическую достоверность вывода о том, что оправдываемость прогнозов по оцениваемой методике выше, т. е. истинные вероятности связаны соотношением $P_M > P_{II}$.

При достаточно большом числе N проверочных прогнозов частоты P_M^* и P_{II}^* имеют приблизительно нормальное распределение вероятностей с математическими ожиданиями P_M и P_{II} соответственно. Так как обе эти величины значительно отличаются

от 0 и 1, для использования нормального распределения достаточно условия $N \geq 25$ [15].

Статистическую зависимость между частотами P_M^* и P_{II}^* характеризует частота $P_{M,II}^*$ случаев, когда ошибки прогноза по проверяемой методике и ошибки инерционного прогноза одновременно попадают в допустимые пределы, т. е. когда одновременно выполняются неравенства $|Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)| \leq \delta_{\text{доп}}$ и $|Y_i(t) - \tilde{Y}_{II,i}(t)| \leq \delta_{\text{доп}}$. Оценка коэффициента корреляции между частотами P_M^* и P_{II}^* определяется формулой:

$$r_{M,II}^* = \frac{P_{M,II}^* - P_M^* P_{II}^*}{\sqrt{P_M^* (1 - P_M^*)} \sqrt{P_{II}^* (1 - P_{II}^*)}}. \quad (7.1)$$

При отсутствии корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам частоты P_M^* и P_{II}^* являются независимыми величинами, поэтому частота $P_{M,II}^*$ близка к произведению $P_M^* P_{II}^*$, а оценка коэффициента корреляции $r^*(P_M^*, P_{II}^*)$ близка к нулю.

В другом крайнем случае может иметь место полная синхронность колебаний ошибок прогноза по сравниваемым методикам. В этом случае все три частоты P_M^* , P_{II}^* и $P_{M,II}^*$ равны между собой, и оценка коэффициента корреляции $r^*(P_M^*, P_{II}^*)$ равна единице.

Согласно рекомендациям раздела 5.1 автокорреляция ряда ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике описывается простейшей моделью процесса авторегрессии первого порядка и характеризуется рассчитываемой по формуле (5.1) оценкой r_1 коэффициента корреляции между смежными членами этого ряда.

Влияние автокорреляции ряда ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике на статистические свойства частоты P_M^*

рекомендуется характеризовать частотой $P_M^*(1)$ случаев, когда ошибки прогноза за смежные сутки одновременно попадают в допустимые пределы, т. е. когда одновременно выполняются неравенства $|Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)| \leq \delta_{\text{доп}}$ и $|Y_i(t+1) - \tilde{Y}_i(t+1)| \leq \delta_{\text{доп}}$.

Для описания статистических свойств частоты P_M^* целесообразно ввести индекс допустимой ошибки $I_i(t)$, который равен единице, если выполняется неравенство $|Y_i(t) - \tilde{Y}_i(t)| \leq \delta_{\text{доп}}$, и равен нулю в противном случае. Частота P_M^* равна среднему арифметическому всех N значений $I_i(t)$ при $t = 1, \dots, T_i$ и $i = 1, \dots, n$. Оценка коэффициента корреляции между смежными членами ряда значений индекса допустимой ошибки определяется формулой:

$$r_M(1) = \frac{P_M^*(1) - (P_M^*)^2}{P_M^*(1 - P_M^*)}. \quad (7.2)$$

Если члены ряда ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике не зависят друг от друга, то корреляция между членами ряда значений индекса допустимой ошибки также отсутствует. Частота $P_M^*(1)$ близка к квадрату частоты допустимых ошибок прогноза $(P_M^*)^2$, а коэффициент $r_M(1)$ близок к нулю.

В другом крайнем случае, когда корреляция между членами ряда ошибок проверочных прогнозов по оцениваемой методике очень высока и коэффициент r_1 близок единице, частота $P_M^*(1)$ близка к частоте допустимых ошибок прогноза P_M^* , а коэффициент $r_M(1)$ близок к единице.

Согласно свойствам оценок характеристик процесса авторегрессии первого порядка, изложенным в [13] и [32], приближенная оценка среднеквадратической погрешности частоты P_M^* может рассчитываться по формуле:

$$\sigma^*(P_M^*) = \sqrt{\frac{P_M^*(1 - P_M^*)}{N}} \sqrt{\frac{1 + r_M^2(1)}{1 - r_M^2(1)}}. \quad (7.3)$$

Влияние автокорреляции ряда ошибок инерционного прогноза на статистические свойства частоты P_{II}^* также рекомендуется характеризовать частотой $P_{II}^*(1)$ случаев, когда ошибки прогноза за смежные сутки одновременно попадают в допустимые пределы, т. е. когда одновременно выполняются неравенства $|Y_i(t) - \tilde{Y}_{II,i}(t)| \leq \delta_{\text{доп}}$ и $|Y_i(t+1) - \tilde{Y}_{II,i}(t+1)| \leq \delta_{\text{доп}}$.

Для описания статистических свойств частоты P_{II}^* целесообразно ввести аналогичный индекс допустимой ошибки. Оценка коэффициента корреляции $r_{II}(1)$ между смежными членами ряда значений индекса допустимой ошибки для инерционного прогноза определяется формулой (7.2), в которой частоты P_M^* и $P_M^*(1)$ надо заменить частотами P_{II}^* и $P_{II}^*(1)$.

Приближенная оценка среднеквадратической погрешности частоты P_{II}^* может рассчитываться по формуле:

$$\sigma^*(P_{II}^*) = \sqrt{\frac{P_{II}^*(1 - P_{II}^*)}{N}} \sqrt{\frac{1 + r_{II}^2(1)}{1 - r_{II}^2(1)}}. \quad (7.4)$$

Для сравнения частот P_M^* и P_{II}^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике и ошибок инерционного прогноза рекомендуется применять критерий, в соответствии с которым неравенство $P_M^* > P_{II}^*$ следует признать статистически достоверным, а оправдываемость оцениваемой методики прогноза – достаточной, если выполняется неравенство:

$$M_P = \frac{P_M^* - P_{II}^*}{\sqrt{[\sigma^*(P_M^*)]^2 + [\sigma^*(P_{II}^*)]^2 - 2r_{M,II}^* \sigma^*(P_M^*) \sigma^*(P_{II}^*)}} > t(\alpha), \quad (7.5)$$

где $t(\alpha)$ – квантиль нормального распределения вероятностей с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, соответствующий вероятности превышения α . Уровень значимости критерия α определяет вероятность признать соотношение

$P_M^* > P_{II}^*$ статистически достоверным, когда на самом деле $P_M = P_{II}$. В частности, $t(\alpha) = 1,64$ при $\alpha = 5\%$. Значения $t(\alpha)$ для различных величин уровня значимости α помещены в табл. 2.1.

Ниже приводятся два теоретических примера применения данного критерия для случая, когда автокорреляция в рядах ошибок проверочных прогнозов по обоим методикам отсутствует и коэффициенты $r_M(1)$ и $r_{II}(1)$ в формулах (7.3) и (7.4) можно заменить нулем, а частота P_{II}^* допустимых ошибок инерционного прогноза равна 50 %.

Пример 1

Предполагается отсутствие корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам, когда в формуле (7.5) $r_{M,II}^* = 0$. В табл. 7.3 при $\alpha = 5\%$ и различных N приведены минимальные значения частоты P_M^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике, при которых ее оправдываемость можно считать достаточной.

Таблица 7.3

Минимальные достаточные значения частоты P_M^* при $\alpha = 5\%$ и полной статистической независимости частот P_M^* и P_{II}^*

N	10	25	50	100	250	500	1000
$P_M^* \%$	87,3	75,7	68,9	63,6	58,7	56,0	54,4

Пример 2

Предполагается наличие полной синхронности колебаний ошибок прогноза по сравниваемым методикам, когда в формуле (7.5) $r_{M,II}^* = 1$. В табл. 7.4 при $\alpha = 5\%$ и различных N приведены минимальные значения частоты P_M^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике, при которых ее оправдываемость можно считать достаточной.

Таблица 7.4

Минимальные достаточные значения частоты P_M^* при $\alpha = 5\%$ и полной статистической зависимости частот P_M^* и P_{II}^*

N	10	25	50	100	250	500	1000
$P_M^* \%$	77,8	63,3	57,1	53,7	51,5	50,8	50,4

Сравнение табл. 7.3 и табл. 7.4 показывает, что с увеличением корреляции между ошибками прогноза по сравниваемым методикам даже незначительное преимущество одной из них становится статистически достоверным.

7.3. Пример оценки оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока

В качестве примера рассматривается оценка эффективности изложенной в разделах 5.3 и 6.4 методики прогнозирования среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки [4]. Для каждого месяца параметры формулы получения прогноза (5.18) оценивались методом наименьших квадратов по данным ежедневных гидрометеорологических наблюдений за $n = 18$ лет периода с 1984 по 2005 год за вычетом пропусков.

Вид формулы (5.18) и соотношение между числом оцениваемых параметров $k = 13$ и длиной используемых для их оценки рядов $N = 508-558$ позволили воспользоваться рекомендуемым в разделе 5.2 методом 4. Таким образом, оцениваемая методика проверялась на зависимом материале, т. е. по данным гидрометеорологических наблюдений, которые использовались для ее построения. Тот же материал использовался для проверки инерционного прогноза. Для каждого месяца и всего года в целом оценки погрешностей прогноза по оцениваемой методике $\sqrt{V^*}$ м³/с и инерционного прогноза $\sqrt{V_{II}^*}$ м³/с помещены в табл. 6.4 и 6.5 раздела 6.4.

Значения числа проверочных прогнозов N и значений допустимой ошибки $\delta_{\text{доп}}$ приведены в табл. 7.5. Там же приведены значения частоты допустимой ошибки прогноза по проверяемой методике P_M^* %, рассчитанных по формуле (7.2) оценок $r_M(1)$ коэффициента корреляции между смежными членами ряда значений индекса допустимой ошибки и оценок $\sigma^*(P_M^*)$ % среднеквадратической погрешности частоты P_M^* по формуле (7.3). Таблица содержит аналогичные характеристики оправдываемости инерционного прогноза P_{II}^* %, $r_{II}(1)$ и $\sigma^*(P_{II}^*)$ % для каждого месяца и всего года в целом. При получении оценок $\sigma^*(P_M^*)$ и $\sigma^*(P_{II}^*)$ в формулы (7.3) и (7.4) подставлялись только те значения коэффициентов $r_M(1)$ и $r_{II}(1)$, которые в соответствии с критерием Андерсона были признаны статистически достоверными. Оценки $r_M(1)$ и $r_{II}(1)$, для которых выполнялось неравенство (2.7), были заменены нулями. Все полученные с помощью формулы (7.1) и приведенные в табл. 7.5 оценки коэффициента корреляции $r_{M,II}^*$ между частотами P_M^* и P_{II}^* достаточно велики, и согласно изложенному в разделе 3.1 критерию Питмена между сравниваемыми частотами имеет место статистически достоверная связь.

Данные табл. 7.5 показывают, что за исключением июня оправдываемость оцениваемой методики, т. е. частота P_M^* допустимых ошибок прогноза, всегда превышает частоту P_{II}^* допустимых ошибок инерционного прогноза более чем на 10 %. При этом все значения P_{II}^* заметно превышают 50 %, что свидетельствует о том, что распределение вероятностей ошибок инерционного прогноза существенно отличается от нормального.

На рис. 7.1 приведены графики эмпирических функций распределения вероятностей нормированных ошибок прогноза по оцениваемой методике и инерционного прогноза в течение октября. Ошибки нормированы таким образом, что имеют равное нулю

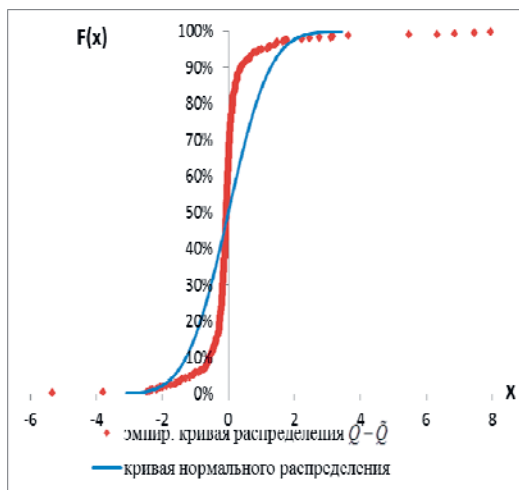
математическое ожидание и равную единице дисперсию. На том же рисунке приведены графики функции нормального распределения вероятностей с теми же параметрами.

Таблица 7.5

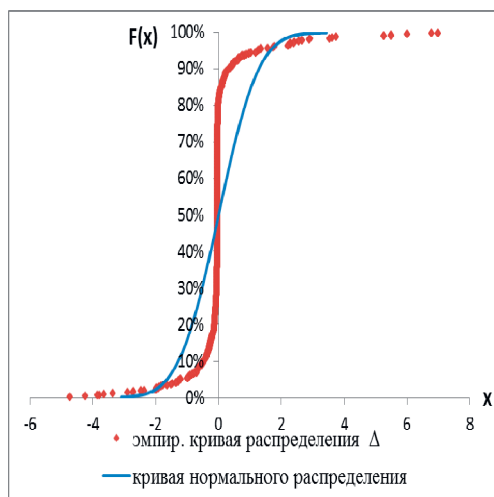
Характеристики оправдываемости прогнозов среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	год
N	554	508	526	540	558	540	558	526	540	558	540	558	6506
$\delta_{\text{доп}}$	10,2	8,6	11,1	8,1	13,2	8,2	6,7	8,0	7,3	14,2	14,4	15,2	10,4
P_M^*	79,1	81,3	78,6	84,2	75,8	78,9	84,7	76,4	74,5	73,3	76,4	73,5	78,2
$r_M(1)$	-0,01	0,01	0,01	0,01	0,21	0,16	0,09	0,10	0,10	-0,01	0,00	0,06	0,05
$\sigma^*(P_M^*)$	1,7	1,7	1,8	1,6	1,9	1,8	1,5	1,9	1,9	1,9	1,8	1,9	0,5
P_{II}^*	61,5	63,0	59,6	66,4	60,3	69,2	68,9	62,5	60,7	54,8	55,4	53,5	57,4
$r_{II}(1)$	-0,08	-0,10	-0,06	0,00	-0,03	0,05	-0,10	-0,11	0,02	-0,06	-0,11	-0,13	-0,06
$\sigma^*(P_{II}^*)$	2,1	2,2	2,1	2,0	2,1	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	2,2	2,1	0,6
$r_{M,II}^*$	0,47	0,63	0,45	0,55	0,38	0,61	0,52	0,57	0,40	0,52	0,52	0,63	0,53
M_P	8,9	10,5	9,2	10,2	6,9	5,7	8,9	7,5	6,3	9,4	10,6	11,6	38,5

Обе эмпирические функции распределения нормированных ошибок прогноза весьма значительно отличаются от нормального распределения. В обоих случаях главным отличием являются «хвосты» распределения, которые обусловлены аномально высокой частотой очень больших положительных и отрицательных ошибок прогноза, и свидетельствуют о высоком коэффициенте эксцесса. Излагаемый в главе 8 критерий согласия Пирсона подтверждает статистическую достоверность несоответствия рядов ошибок прогноза по сравниваемым методикам нормальному распределению вероятностей.



а)



б)

Рис. 7.1. Сравнение эмпирических функций распределения с нормальным распределением вероятностей – для нормированных ошибок прогноза по проверяемой методике (а); для нормированных ошибок инерционного прогноза (б).

Для сравнения частот P_M^* и P_{II}^* допустимых ошибок прогноза по оцениваемой методике и ошибок инерционного прогноза использован рекомендуемый в предыдущем разделе критерий. Для каждого месяца и всего года в целом рассчитанные по формуле (7.5) значения показателя этого критерия M_p помещены в табл. 7.5. Все они существенно превышают критическое значение $t(\alpha)$ при любом разумном уровне значимости α . Согласно данному критерию соотношение $P_M^* > P_{II}^*$ следует признать статистически достоверным, а оправдываемость рассматриваемой методики – достаточно высокой.

ГЛАВА 8

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ФОРМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПРОГНОЗОВ РЕЧНОГО СТОКА

8.1. Постановка задачи вероятностного прогнозирования и подходы к ее решению

Как было отмечено в разделе 1.1, никакая методика прогнозирования не в состоянии абсолютно правильно учесть все факторы формирования речного стока, определяющие значение его прогнозируемой характеристики. Используемая при построении методики прогнозирования и при выпуске прогноза гидрометеорологическая информация ограничена по объему и содержит случайные ошибки измерений и расчетов, что приводит к статистическим погрешностям параметров схемы получения прогноза. Предсказание хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза не может быть абсолютно точным, и его погрешность возрастает по мере увеличения его продолжительности. В результате прогноз любой характеристики речного стока содержит случайные ошибки, вероятный размер которых может быть весьма значителен. Среднее значение квадрата этих ошибок определяет погрешность методики. Однако их распределение вероятностей может быть различным при одинаковой погрешности прогноза, и его следует учитывать при использовании прогноза для решения различных водохозяйственных задач. Таким образом, выражение прогноза в детерминированной форме с указанием ожидаемого

значения прогнозируемой характеристики речного стока должно дополняться выражением прогноза в вероятностной форме с указанием свойств распределения вероятностей этого ожидаемого значения [28, 30, 35, 40, 46].

Вероятностная форма выражения прогноза предусматривает оценку условного распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от располагаемой к дате составления прогноза гидрометеорологической информации, включая предсказание хода метеорологических элементов в течение периода его заблаговременности. Это условное распределение вероятностей может выражаться с помощью условной плотности распределения вероятностей $\tilde{f}(Y)$, равной производной функции $\tilde{F}(Y)$, или условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$, представляющей обратную функцию к функции $p = 1 - \tilde{F}(Y)$. Вероятностный прогноз принято выражать в следующих формах [5, 21].

Форма 1. Определяется условная кривая обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ при $p = 10, 25, 50, 75, 90$ %. В некоторых случаях могут быть добавлены значения $p = 5$ % и $p = 95$ %. Если кривая $\tilde{Y}(p)$ строится в графическом виде для всех значений p , то такой полный вариант формы 1 является основным, определяющим все другие формы вероятностного выражения прогноза.

Форма 2. Определяется условная вероятность \tilde{P} попадания ожидаемой характеристики речного стока Y в заданный отрезок или интервал $(a; b)$. Например, речь может идти о вероятности низкого, среднего или высокого притока воды в водохранилище или о вероятности отнесения максимальных расходов и уровней воды к различным категориям опасности. Вероятность \tilde{P} равна разности $\tilde{F}(b) - \tilde{F}(a)$. Если величина a равна $-\infty$, то \tilde{P} определяет вероятность того, что ожидаемая гидрологическая характеристика окажется меньше некоторого критически большого значения b . Если величина b равна $+\infty$, то \tilde{P} определяет вероятность

того, что ожидаемая гидрологическая характеристика окажется больше некоторого критически малого значения a .

Форма 3. Определяется доверительный интервал $\tilde{C}_P = (\tilde{a}_P; \tilde{b}_P)$, в который ожидаемая характеристика речного стока Y должна попадать с заданной вероятностью P . Границы такого интервала $\tilde{a}_P = \tilde{Y}(p_1)$ и $\tilde{b}_P = \tilde{Y}(p_2)$ определяются по условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ при значениях обеспеченности p_1 и p_2 , для которых разность $p_1 - p_2$ равна заданной вероятности P . В частности, если величина \tilde{a}_P принята равной $-\infty$, то $\tilde{b}_P = \tilde{Y}(1-P)$. Если величина \tilde{b}_P принята равной $+\infty$, то $\tilde{a}_P = \tilde{Y}(P)$.

Оценка оправдываемости методики прогнозирования речного стока также является формой вероятностного прогнозирования, в которой в зависимости от полученного прогноза \tilde{Y} характеристики речного стока Y оценивается вероятность допустимой ошибки прогноза, т. е. попадания величины Y в отрезок $[\tilde{Y} - \delta_{\text{доп}}; \tilde{Y} + \delta_{\text{доп}}]$. В последующем такая форма вероятностного прогноза рассматриваться не будет, т. к. ей были посвящены главы 4 и 7.

Необходимые для получения прогноза в вероятностной форме функции $\tilde{F}(Y)$, $\tilde{f}(Y)$ или $\tilde{Y}(p)$ описывают вероятные отклонения ожидаемых значений характеристики речного стока Y от ее условного математического ожидания $\tilde{M}(Y)$ в зависимости от располагаемой на дату составления прогноза гидрометеорологической информации. Если в зависимости от этой информации определяется какое-либо значение \hat{Y} , то математическое ожидание $M[(Y - \hat{Y})^2]$ достигает минимума при $\hat{Y} = \tilde{M}(Y)$ [15, 52]. Однако методика получения прогноза \tilde{Y} характеристики речного стока Y строится таким образом, чтобы минимальной была бы погрешность прогноза $V = M[(Y - \tilde{Y})^2]$. Следовательно, определяемый этой методикой прогноз \tilde{Y} является оценкой условного математического ожидания $\tilde{M}(Y)$, а оценка условного распределения

вероятностей ожидаемой характеристики речного стока Y должна быть основана на анализе данных о вероятных значениях ошибки прогноза, выражаемой в том или ином виде.

Изложенные выше выводы обосновывают правила получения вероятностной формы выражения гидрологических прогнозов, предусматриваемые Наставлением по службе прогнозов [21].

В последние годы развивается иной подход к получению вероятностных прогнозов характеристик речного стока, основанный на различных вариантах метода динамико-стохастического моделирования процессов формирования речного стока [7, 10, 17, 19, 24, 36, 45, 47]. Этот подход предназначен для ситуаций, когда неопределенность хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза и недостаточный учет иных факторов формирования речного стока являются главными причинами погрешности методики прогнозирования. Подобные ситуации характерны при прогнозировании характеристик речного стока с достаточно большой заблаговременностью, когда роль неучтенных факторов, и в частности погодных условий, в период заблаговременности значительна, а точность метеорологических прогнозов невелика.

В методиках долгосрочного прогнозирования характеристик половодья, которые основаны на их физико-статистических зависимостях от известного к дате составления прогноза вектора предикторов X , ожидаемый слой осадков x за период половодья заменяется его средним многолетним значением \bar{x} [25]. В таких случаях прогноз характеристики половодья Y можно обозначить, как $\tilde{Y}(\bar{x}, X)$. Метеорологические наблюдения за n лет позволяют получить ряд x_1, \dots, x_n фактических значений этих осадков. Подставляя эти значения в используемую методикой зависимость, можно получить ряд вероятных значений прогнозируемой величины $\tilde{Y}(x_1, X), \dots, \tilde{Y}(x_n, X)$. Если неопределенность слоя осадков за период половодья является главной причиной погрешности прогноза, то оценка условного распределения вероятностей ожидаемого значения характеристики Y в зависимости от известного к дате составления прогноза вектора предикторов X может быть

основана на статистическом анализе полученного ряда вероятных значений прогнозируемой величины.

В методиках прогнозирования характеристик речного стока, которые основаны на различных физико-математических или концептуальных моделях его формирования, могут быть выделены вектор предикторов X и вектор Z , который содержит характеристики хода метеорологических элементов в период заблаговременности прогноза и неизвестен к дате его составления [7, 8, 9, 11, 14, 16, 20, 26, 27, 38]. Модель определяет характеристику речного стока Y в виде $\tilde{Y}(X, Z)$ для любого значения вектора Z . При использовании многолетних метеорологических наблюдений за n лет можно получить ряд Z_1, \dots, Z_n фактических значений этого вектора. При использовании стохастического генератора погоды методом Моне-Карло можно смоделировать искусственный ансамбль сценариев хода метеорологических элементов в период заблаговременности прогноза Z_1, \dots, Z_N любой продолжительности. В частности, описанная выше процедура может быть выполнена с помощью генераторов погоды, входящих в физико-математическую модель ИВП РАН или в интегрированный информационно-моделирующий комплекс ECOMAG [17, 47]. Подставляя искусственные сценарии хода метеорологических элементов в используемую методикой модель формирования речного стока, можно получить ансамбль возможных значений прогнозируемой величины $\tilde{Y}(X, Z_1), \dots, \tilde{Y}(X, Z_N)$. Прогноз характеристики речного стока и ее условное распределение вероятностей при известных к дате составления прогноза предикторах могут определяться на основе статистического анализа полученного ансамбля ее возможных значений.

Описанный выше подход к получению вероятностных прогнозов характеристик речного стока является обоснованным при условии, что неопределенность хода метеорологических элементов в период заблаговременности прогноза является главной причиной погрешности прогноза. Этот подход будет эффективен, если для получения ансамбля возможных значений прогнозируемой характеристики речного стока используется существенно больший

объем информации, чем тот, который использовался при построении методики прогноза. Для пояснения данного условия эффективности целесообразно рассмотреть следующий теоретический пример.

Пример

Предположим, что зависимость прогнозируемой величины Y от образующих вектор X предикторов и образующих вектор Z характеристик неучтенных факторов, в частности характеристик хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза, описывается линейной регрессионной моделью. Она выражается формулой:

$$Y = A^T \Phi(X) + B^T \Psi(Z) + \xi. \quad (8.1)$$

Вектор $\Phi(X)$ образован k заданными функциями X , среди которых имеется свободный член, обеспечивающий отсутствие систематических ошибок прогноза. Вектор $\Psi(Z)$ образован m заданными функциями Z . Транспонированные векторы A^T и B^T образованы параметрами модели. Неоднозначность связи между прогнозируемой величиной Y и векторами X и Z характеризует случайная величина ξ . Она не зависит от X и Z , подчиняется нормальному распределению вероятностей с нулевым математическим ожиданием и остаточной дисперсией $\tilde{\sigma}^2$. Формула (2.2) определяет соотношение между $\tilde{\sigma}^2$, дисперсией σ^2 прогнозируемой величины и множественным коэффициентом корреляции R между величиной Y и компонентами векторов $\Phi(X)$ и $\Psi(Z)$. Этот коэффициент превосходит множественные коэффициенты корреляции R_X между величиной Y и компонентами вектора $\Phi(X)$.

В предположении нормальности распределения вероятностей компонент вектора $\Psi(Z)$ условное распределение вероятностей ожидаемых значений прогнозируемой величины Y при заданном значении вектора X также является нормальным с математическим ожиданием $C^T \Phi(X)$ и дисперсией $\sigma^2(1 - R_X^2)$. Вектор C

выражается известными формулами множественной линейной корреляции [13, 52, 55]. При отсутствии корреляции между векторами $\Phi(X)$ и $\Psi(Z)$ параметрические векторы A и C совпадают. В противном случае они отличаются, т. к. вектор C отражает корреляцию компонент вектора $\Phi(X)$ между собой, с величиной Y и с компонентами вектора $\Psi(Z)$. Искомое нормальное распределение вероятностей величины Y при заданном значении вектора X определяется вектором C и величинами σ^2 и R_X .

Возможны два варианта оценки этого условного распределения с использованием массива данных, образованного n значениями величины Y и соответствующими значениями векторов X и Z .

1. Если использовать только данные наблюдений за прогнозируемой величиной Y и компонентами вектора предикторов X , образующими выборку (Y_i, X_i) при $i = 1, \dots, n$, то по этой выборке могут быть получены стандартные статистические оценки параметрического вектора C^* , дисперсии $(\sigma^*)^2$ и коэффициента R_X^* . Прогноз характеристики Y определяется в виде $\tilde{Y} = (C^*)^T \Phi(X)$, а вероятностный прогноз определяется нормальным распределением вероятностей с математическим ожиданием $\tilde{Y} = (C^*)^T \Phi(X)$ и дисперсией $(\sigma^*)^2 [1 - (R_X^*)^2]$.

2. Если дополнительно использовать данные наблюдений за компонентами вектора Z , то по выборке (Y_i, X_i, Z_i) при $i = 1, \dots, n$ могут быть получены стандартные статистические оценки всех характеристик модели (8.1): параметрических векторов A , B , остаточной дисперсии $\tilde{\sigma}^2$, математических ожиданий компонент векторов $\Phi(X)$ и $\Psi(Z)$, их дисперсий и коэффициентов корреляции между ними. Подставляя эти оценки в известные формулы множественной линейной корреляции, можно получить оценки вектора C и величин σ^2 и R_X . Однако необходимо обратить внимание на очень важное обстоятельство: вне зависимости от отсутствия или наличия корреляции между векторами $\Phi(X)$ и

$\Psi(Z)$ эти оценки будут точно такими же, какими они были бы получены при использовании первого варианта [13]. Следовательно, при использовании второго варианта будет получена та же оценка условного распределения вероятностей прогнозируемой величины при известных к дате составления прогноза предикторах.

Таким образом, использование информации о неучтенных факторах, и в частности о характеристиках хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза при получении вероятностного прогноза характеристики речного стока может не давать никакого эффекта, если эта информация входит в массив данных гидрометеорологических наблюдений, использованный для построения методики прогноза. Эффект появляется за счет использования дополнительной информации о неучтенных факторах.

В последующем рассматриваются методы вероятностного прогнозирования характеристик речного стока, которые в соответствии с Наставлением по службе прогнозов [21] основаны на статистическом анализе ряда ошибок проверочных прогнозов.

8.2. Методы получения вероятностного прогноза

Для выпускаемых один раз в год долгосрочных или среднесрочных прогнозов характеристик речного стока полученные на независимом или на зависимом материале результаты проверочных прогнозов за n лет образуют ряд, состоящий из ежегодных фактических значений характеристики стока Y_i и полученных по рассматриваемой методике прогнозов \tilde{Y}_i при $i = 1, \dots, n$. Предварительная проверка статистически достоверной автокорреляции ряда ошибок проверочных прогнозов должна выполняться с помощью изложенного в разделе 2.1 критерия Питмена с использованием определяемой формулой (2.6) оценки r_1 коэффициента корреляции между смежными членами этого ряда. Для получения оценки V^* погрешности прогноза должны использоваться методы, рекомендованные в разделе 2.2.

Для краткосрочных или среднесрочных прогнозов характеристик речного стока полученные на независимом или на зависимом материале результаты проверочных прогнозов за n лет образуют

ряд, состоящий из ежедневных фактических значений характеристики стока $Y_i(t)$ и полученных по рассматриваемой методике прогнозов $\tilde{Y}_i(t)$ для всех суток $t = 1, \dots, T_i$ прогнозируемого периода каждого года при $i = 1, \dots, n$. Общее число проверочных прогнозов N равно сумме $T_1 + \dots + T_n$ за вычетом пропусков. Предварительная проверка наличия статистически достоверной автокорреляции ряда ошибок проверочных прогнозов должна выполняться с помощью изложенного в разделе 2.1 критерия Питмена с использованием определяемой формулой (5.1) оценки r_1 коэффициента корреляции между ошибками прогноза за смежные сутки. Для оценки погрешности прогноза должны использоваться методы, рекомендованные в разделе 5.2.

В последующем рассматриваются общие правила получения и анализа вероятностной формы выпуска прогнозов любой заблаговременности. В связи с этим для краткосрочных или среднесрочных прогнозов не будет использоваться двойная индексация с указанием суток t и номера года i , а будет указываться лишь номер проверочного прогноза в общем ряду, как для долгосрочных и среднесрочных прогнозов, выпускаемых раз в год. При этом длина такого ряда также будет обозначаться буквой n .

Таким образом, в качестве исходной информации рассматривается полученный на независимом или на зависимом материале ряд $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$. Использование только этой информации основывается на вполне естественном предположении о том, что при получении прогноза \tilde{Y} характеристики речного стока Y учтена практически вся располагаемая гидрометеорологическая информация об ожидаемых значениях этой характеристики. Следовательно, искомое условное распределение вероятностей $\tilde{F}(Y)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y должно определяться в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} по рассматриваемой методике.

Для получения вероятностного прогноза характеристики речного стока на основе уже имеющейся методики ее прогнозирования в обычной детерминированной форме рекомендуются следующие методы.

Метод 1

Метод основан на двух предположениях:

1) ошибки прогноза $\delta_i = Y_i - \tilde{Y}_i$ подчиняются нормальному распределению вероятностей с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией, равной погрешности методики прогнозирования V ;

2) статистическая зависимость между ошибками прогноза δ_i и его значениями \tilde{Y}_i отсутствует.

Для обоснования первого предположения рекомендуется использовать статистический критерий согласия Пирсона, излагаемый в следующем разделе. Второе предположение обосновывается отсутствием статистически достоверной корреляции между величинами $|\delta_i|$ и \tilde{Y}_i , и проверяется с помощью изложенного в разделе 2.1 критерия Питмена.

Оценки условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$ и условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} определяются формулами:

$$\tilde{F}^*(Y) = \Phi\left(\frac{Y - \tilde{Y}}{\sqrt{V^*}}\right), \quad (8.2)$$

$$\tilde{Y}^*(p) = \tilde{Y} + \sqrt{V^*} t(p). \quad (8.3)$$

В этих формулах используется функция Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (8.4)$$

и соответствующая ей кривая обеспеченности $t(p)$. Обе функции определяются доступными компьютерными программами или таблицами, содержащимися во многих публикациях по теории вероятностей [8, 12, 52, 55].

Метод 2

Метод использует отношение $\varepsilon_i = Y_i / \tilde{Y}_i$ фактических значений Y_i к их прогнозам \tilde{Y}_i , и основан на двух предположениях:

1) относительные ошибки прогноза $\varepsilon_i - 1 = (Y_i - \tilde{Y}_i) / \tilde{Y}_i$ подчиняются нормальному распределению вероятностей с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией, равной погрешности методики прогнозирования V_ε при использовании относительных ошибок прогноза;

2) статистическая зависимость между относительными ошибками прогноза $\varepsilon_i - 1$ и его значениями \tilde{Y}_i отсутствует.

В зависимости от заблаговременности прогноза оценка V_ε^* погрешности V_ε должна определяться по содержащимся в разделах 2.2 или 5.2 формулам, в которых разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ следует заменить относительной ошибкой прогноза $(Y_i - \tilde{Y}_i) / \tilde{Y}_i$. Для обоснования первого предположения рекомендуется использовать статистический критерий согласия Пирсона, излагаемый в следующем разделе. Второе предположение обосновывается отсутствием статистически достоверной корреляции между величинами $|\varepsilon_i - 1|$ и \tilde{Y}_i и проверяется с помощью изложенного в разделе 2.1 критерия Питмена.

Оценки условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$ и условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} определяются формулами:

$$\tilde{F}^*(Y) = \Phi\left(\frac{Y - \tilde{Y}}{\tilde{Y} \sqrt{V_\varepsilon^*}}\right), \quad (8.5)$$

$$\tilde{Y}^*(p) = \tilde{Y} + \tilde{Y} \sqrt{V_\varepsilon^*} t(p). \quad (8.6)$$

Метод 3

Метод использует ошибки прогноза натуральных логарифмов ожидаемой характеристики речного стока $\ln \varepsilon_i = \ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$, и основан на двух предположениях:

1) ошибки $\ln \varepsilon_i$ подчиняются нормальному распределению вероятностей с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией, равной погрешности прогноза $V_{\ln \varepsilon}$ логарифма характеристики речного стока;

2) статистическая зависимость между ошибками $\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$ такого прогноза и его значениями $\ln \tilde{Y}_i$ отсутствует.

В зависимости от заблаговременности прогноза оценка $V_{\ln \varepsilon}^*$ погрешности $V_{\ln \varepsilon}$ должна определяться по содержащимся в разделах 2.2 или 5.2 формулам, в которых разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ следует заменить ошибкой $\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$. Для обоснования первого предположения рекомендуется использовать статистический критерий согласия Пирсона, излагаемый в следующем разделе. Второе предположение обосновывается отсутствием статистически достоверной корреляции между величинами $|\ln \varepsilon_i|$ и $\ln \tilde{Y}_i$ и проверяется с помощью изложенного в разделе 2.1 критерия Питмена.

Оценки условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$ и условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} определяются формулами:

$$\tilde{F}^*(Y) = \Phi\left(\frac{\ln Y - \ln \tilde{Y}}{\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*}}\right), \quad (8.7)$$

$$\tilde{Y}^*(p) = \tilde{Y} \exp[\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*} t(p)]. \quad (8.8)$$

Нормальное распределение вероятностей для ошибок прогноза логарифмов ожидаемой характеристики речного стока $\ln \varepsilon_i = \ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$ означает логарифмически нормальное распределение для отношения ε_i фактических значений Y_i к их прогнозам \tilde{Y}_i . Это двухпараметрическое распределение нашло широкое применение, благодаря своей простоте и способности описывать случайную изменчивость многих характеристик гидрометеорологических характеристик [2, 15, 24, 36, 45, 52, 55]. При больших значениях отношения коэффициентов асимметрии и вариации $C_s / C_v > 3$ оно практически совпадает с используемым в отечественных расчетах речного стока трехпараметрическим гамма распределением Крицкого – Менкеля [2, 22]. Это демонстрирует табл. 8.1, в которой помещены координаты кривых обеспеченности обоих распределений для различных значений C_v и C_s / C_v .

Таблица 8.1

Координаты кривых обеспеченности логарифмически нормального и трехпараметрического гамма распределения вероятностей

Обеспеченность, %	1	5	10	30	50	70	90	95	99
$C_v = 1; C_s / C_v = 4$									
Лог. нормальное	4,90	2,78	2,05	1,09	0,71	0,46	0,24	0,18	0,10
Крицкого – Менкеля	4,91	2,78	2,05	1,10	0,71	0,46	0,24	0,18	0,10
$C_v = 0,5; C_s / C_v = 3$ (для лог. нормального $C_s / C_v = 3,25$)									
Лог. нормальное	1,55	1,36	1,26	1,09	0,98	0,88	0,76	0,71	0,62
Крицкого – Менкеля	1,55	1,36	1,26	1,09	0,98	0,88	0,76	0,71	0,62

Метод 4

Метод использует отношение $\varepsilon_i = Y_i / \tilde{Y}_i$ фактических значений Y_i к их прогнозам \tilde{Y}_i и основан на двух предположениях:

1) величины $\varepsilon_i = Y_i / \tilde{Y}_i$ подчиняются трехпараметрическому гамма распределению с равным единице математическим ожиданием и коэффициентом вариации $C_v = \sqrt{V_\varepsilon}$;

2) статистическая зависимость между относительными ошибками прогноза $\varepsilon_i - 1$ и его значениями \tilde{Y}_i отсутствует.

В зависимости от заблаговременности прогноза оценка $C_v^* = \sqrt{V_\varepsilon^*}$ погрешности $\sqrt{V_\varepsilon}$ должна определяться по содержащимся в разделах 2.2 или 5.2 формулам, в которых разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ следует заменить относительной ошибкой прогноза $(Y_i - \tilde{Y}_i) / \tilde{Y}_i$. Оценка C_s^* / C_v^* отношения коэффициентов асимметрии и вариации должна определяться методами, излагаемыми в нормативах [22]. Для обоснования первого предположения рекомендуется использовать излагаемый ниже статистический критерий согласия Пирсона. Второе предположение обосновывается отсутствием статистически достоверной корреляции между величинами $|\varepsilon_i - 1|$ и \tilde{Y}_i , и проверяется с помощью изложенного в разделе 2.1 критерия Питмена.

Оценки условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$ и условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} определяются формулами:

$$\tilde{F}^*(Y) = F_\gamma\left(\frac{Y}{\tilde{Y}}, C_v^*, C_s^* / C_v^*\right), \quad (8.9)$$

$$\tilde{Y}^*(p) = \tilde{Y}K_\gamma(p, C_v^*, C_s^* / C_v^*). \quad (8.10)$$

Функция нормированного гамма распределения $F_\gamma(x, C_v, C_s / C_v)$ и соответствующая ей кривая обеспеченности $K_\gamma(p, C_v, C_s / C_v)$ определяются доступными компьютерными

программами или таблицами, содержащимися в публикациях по расчетам речного стока [5, 22, 24].

8.3. Проверка вероятностных прогнозов речного стока

В зависимости от метода получения вероятностного прогноза характеристики речного стока и формы его выражения рекомендуются следующие правила его проверки.

Проверка формы 1 вероятностного прогноза

Форма 1 предусматривает оценку условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} по рассматриваемой методике. Однако методы статистического анализа ориентированы на проверку обоснованности и точности определения эквивалентной кривой $\tilde{Y}(p)$ условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$. Поэтому в последующем речь идет о проверке соответствия между оценкой условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}^*(Y)$ и рядом проверочных прогнозов $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ с помощью статистических критериев согласия.

Для первых трех методов получения оценки $\tilde{F}^*(Y)$ проверка формы 1 может быть сведена к проверке статистической гипотезы о принадлежности некоторого ряда x_1, \dots, x_n к нормальному распределению вероятностей с равным нулю математическим ожиданием, равной единице дисперсией и определяемой формулой (8.4) функцией распределения $\Phi(x)$.

При использовании метода 1 величина x_i равна:

$$x_i = \frac{Y_i - \tilde{Y}_i}{\sqrt{V^*}}. \quad (8.11)$$

При использовании метода 2 величина x_i равна:

$$x_i = \frac{Y_i - \tilde{Y}_i}{\tilde{Y}_i \sqrt{V_{\varepsilon}^*}}. \quad (8.12)$$

При использовании метода 3 величина x_i равна:

$$x_i = \frac{\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i}{\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*}}. \quad (8.13)$$

При использовании метода 4 проверка формы 1 может быть сведена к проверке статистической гипотезы о принадлежности ряда значений $x_i = Y_i / \tilde{Y}_i$ к трехпараметрическому гамма распределению с равным единице математическим ожиданием и функцией распределения вероятностей $F_{\gamma}(1, C_v^*, C_s^* / C_v^*)$.

Использование статистических критериев согласия для проверки соответствия между оценкой функции $\tilde{F}^*(Y)$ и рядом проверочных прогнозов предусматривает учет числа m параметров, предварительная оценка которых необходима для получения оценки $\tilde{F}^*(Y)$.

Если ряд проверочных прогнозов получен на независимом материале, то для первых трех методов число $m = 1$, а для четвертого метода число $m = 2$.

Если ряд проверочных прогнозов получен на зависимом материале, то необходимо дополнительно учесть число k параметров, предварительная оценка которых произведена при получении используемой методики прогнозирования. Поэтому для первых трех методов число $m = k + 1$, а для четвертого метода число $m = k + 2$.

При проверке методики на зависимом материале и при достаточно большом соотношении $m/n \geq 1/15$ между числом оцененных параметров m и длиной ряда проверочных прогнозов n следует применять критерий согласия Пирсона [6, 12].

Вся числовая ось разбивается на l интервалов $(a_0; a_1), \dots, (a_{l-1}; a_l)$ при $a_0 = -\infty$ и $a_l = +\infty$.

Число интервалов l рекомендуется брать в пределах от $(n - m)^{2/5}$ до $2(n - m)^{2/5}$.

Интервалы рекомендуется брать такими, чтобы все гипотетические вероятности p_{0j} попадания в каждый интервал были приблизительно одинаковы и равны $1/l$.

Для первых трех методов гипотетические вероятности p_{0j} попадания в каждый интервал задаются разностью $\Phi(a_j) - \Phi(a_{j-1})$.

Для четвертого метода аналогичные гипотетические вероятности вычисляются по формуле:

$$p_{0j} = F_{\gamma}(a_j, C_v^*, C_s^* / C_v^*) - F_{\gamma}(a_{j-1}, C_v^*, C_s^* / C_v^*). \quad (8.14)$$

По ряду x_1, \dots, x_n вычисляются относительные частоты p_j^* попадания в каждый интервал.

При уровне значимости критерия (вероятности отвергнуть верную гипотезу) α проверку каждого из четырех вариантов оценки условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}^*(Y)$ следует признать успешной, если выполняется неравенство:

$$U^2 = n \sum_{j=1}^l \frac{(p_j^* - p_{0j})^2}{p_{0j}} \leq \chi_{l-m-1}^2(\alpha), \quad (8.15)$$

где $\chi_{l-m-1}^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения вероятностей с числом степеней свободы $l - m - 1$, соответствующий вероятности превышения α [12]. При $\alpha = 5\%$ значения $\chi_{l-m-1}^2(\alpha)$ приведены в табл. 8.2 [6].

Таблица 8.2

Критические значения $\chi_{l-m-1}^2(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$

$l - m - 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\chi_{l-m-1}^2(\alpha)$	3,84	5,99	7,81	9,49	11,07	12,59	14,10	15,51	16,92	18,31

Как уже было отмечено в главе 5, для методик краткосрочного или среднесрочного прогнозирования речного стока может наблюдаться статистически достоверная корреляция между ошибками прогноза за смежные сутки. В подобных случаях при использовании рассмотренного выше и всех последующих критериев рекомендуется использовать не весь ряд проверочных прогнозов, а оставлять в нем лишь члены, удаленные на 2–4 суток, сокращая при этом его длину в 2–4 раза.

При проверке методики на независимом материале или при достаточно малом соотношении $m/n \geq 1/15$ между числом оцененных параметров m и длиной ряда проверочных прогнозов n следует применять критерий согласия Крамера – Мизеса – Смирнова [6, 12].

При использовании первых трех методов необходимо перейти к величинам $z_i = \Phi(x_i)$.

При использовании четвертого метода необходимо перейти к величинам $z_i = F_{\gamma}(x_i, C_v^*, C_s^*/C_v^*)$.

При уровне значимости критерия α проверку каждого из четырех вариантов оценки условной функции распределения вероятностей $\tilde{F}^*(Y)$ следует признать успешной, если выполняется неравенство:

$$\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n (z_{(i)} - \frac{2i-1}{2n})^2 \leq \omega^2(\alpha), \quad (8.16)$$

где $z_{(i)}$ – член ранжированного ряда $z_{(1)} \leq \dots \leq z_{(n)}$, а $\omega^2(\alpha)$ – квантиль распределения данного критерия, определяемый табл. 8.3 [6, 12].

Таблица 8.3

Критические значения $\omega^2(\alpha)$ при различных уровнях значимости α

α , %	1	2,5	5	10
$\omega^2(\alpha)$	0,74	0,58	0,46	0,34

Проверка формы 2 вероятностного прогноза

Форма 2 предусматривает оценку условной вероятности \tilde{P} попадания ожидаемой характеристики речного стока Y в некий заданный интервал $(a; b)$ в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} по рассматриваемой методике. Оценка этой вероятности \tilde{P}^* равна разности $\tilde{F}^*(b) - \tilde{F}^*(a)$. Для членов ряда проверочных прогнозов (Y_i, \tilde{Y}_i) условная функция распределения вероятностей $\tilde{F}(Y)$ ожидаемых значений Y_i и ее оценка $\tilde{F}^*(Y)$ зависят от их прогноза \tilde{Y}_i , поэтому условную вероятность \tilde{P} и ее оценку \tilde{P}^* удобнее обозначить, как $P(\tilde{Y}_i)$ и $P^*(\tilde{Y}_i)$.

Для формы 2 проверяется соответствие вероятностей $P^*(\tilde{Y}_1), \dots, P^*(\tilde{Y}_n)$ имеющемуся ряду $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ проверочных прогнозов. При такой проверке необходимо использовать индикатор I_i , который равен единице, если величина Y_i попадает в интервал $(a; b)$, и равен нулю в противном случае. Индикатор I_i является дискретной случайной величиной, принимающей значение 0 с вероятностью $1 - P(\tilde{Y}_i)$ и значение 1 с вероятностью $P(\tilde{Y}_i)$. Ее математическое ожидание равно $P(\tilde{Y}_i)$, а дисперсия равна $P(\tilde{Y}_i)[1 - P(\tilde{Y}_i)]$. При правильной схеме получения оценки $P^*(\tilde{Y}_i)$ она стремится к вероятности $P(\tilde{Y}_i)$ с ростом n [15].

В зарубежной практике вероятностного прогнозирования погоды в качестве меры расхождения между используемыми с этой целью вероятностями тех или иных явлений и результатами проверочных прогнозов используется показатель Брайера. В рассматриваемой ситуации он равен:

$$BS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [I_i - P^*(\tilde{Y}_i)]^2. \quad (8.17)$$

Значение BS находится в пределах от 0 до 1, которые соответствуют абсолютно безошибочным и абсолютно ошибочным

вероятностным прогнозам [35, 36, 49, 51, 52]. Не учитывая число оцененных параметров m , этот показатель предназначен для случая проверки методики на независимом материале, который для выпускаемых один раз в год долгосрочных и среднесрочных прогнозов редко имеется в достаточном объеме. Главным недостатком этого показателя является очень сложный характер его распределения вероятностей. Это затрудняет объективную оценку его критического максимального значения $\max BS(\alpha)$, необходимого для вывода об успешности проверки формы 2 вероятностного выражения прогнозов при выполнении неравенства $BS \leq \max BS(\alpha)$.

Для проверки формы 2 вероятностного прогноза рекомендуется асимптотически наиболее мощный критерий отношения правдоподобия Вальда [12]. В соответствии с данным критерием при уровне значимости критерия (вероятности отвергнуть верную гипотезу) α проверку соответствия между вероятностями $P^*(\tilde{Y}_1), \dots, P^*(\tilde{Y}_n)$ и рядом проверочных прогнозов $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ следует признать успешной, если выполняется неравенство:

$$W = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ I_i \ln \frac{1}{P^*(\tilde{Y}_i)} + (1 - I_i) \ln \frac{1}{[1 - P^*(\tilde{Y}_i)]} \right\} \leq \chi_{n-m}^2(\alpha), \quad (8.18)$$

где $\chi_{n-m}^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения вероятностей с числом степеней свободы $n - m$, соответствующий вероятности превышения α . При $\alpha = 5\%$ значения $\chi_{n-m}^2(\alpha)$ приведены в табл. 8.4 [6].

Таблица 8.4

Критические значения $\chi_{n-m}^2(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$

$n - m$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\chi_{n-m}^2(\alpha)$	18,31	31,41	43,77	55,76	67,50	79,08	90,53	101,88	113,14	124,34

При значениях $P^*(\tilde{Y}_i)$, близких к 0,5, критерий можно упростить и проверку соответствия между вероятностями

$P^*(\tilde{Y}_1), \dots, P^*(\tilde{Y}_n)$ и рядом $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ следует признать успешной, если выполняется неравенство:

$$\hat{W} = \sum_{i=1}^n \frac{[I_i - P^*(\tilde{Y}_i)]^2}{P^*(\tilde{Y}_i)[1 - P^*(\tilde{Y}_i)]} \leq \chi_{n-m}^2(\alpha). \quad (8.19)$$

Проверка формы 3 вероятностного прогноза

Форма 3 предусматривает оценку интервала $\tilde{C}_p = (\tilde{a}_p; \tilde{b}_p)$, в который ожидаемая гидрологическая характеристика Y должна попасть с заданной вероятностью P при имеющемся прогнозе этой характеристики \tilde{Y} . Оценка такого интервала \tilde{C}_p^* определяется с помощью оценки $\tilde{Y}^*(p)$ условной кривой обеспеченности точно так же, как сам интервал \tilde{C}_p определяется с помощью условной кривой обеспеченности $\tilde{Y}(p)$.

Как и при проверке формы 2, при анализе ряда проверочных прогнозов (Y_i, \tilde{Y}_i) интервал \tilde{C}_p и его оценку \tilde{C}_p^* удобнее обозначить, как $C_p(\tilde{Y}_i)$ и $C_p^*(\tilde{Y}_i)$.

Для формы 3 проверяется соответствие между расчетными интервалами $C_p^*(\tilde{Y}_1), \dots, C_p^*(\tilde{Y}_n)$ и рядом $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ проверочных прогнозов. При такой проверке рекомендуется использовать относительную частоту P^* случаев попадания фактических значений Y_i в соответствующий интервал $C_p^*(\tilde{Y}_i)$. При правильной схеме получения оценок $C_p^*(\tilde{Y}_1), \dots, C_p^*(\tilde{Y}_n)$ частота P^* должна не слишком сильно отличаться от заданной вероятности P и стремиться к ней с ростом n .

В целях проверки формы 3 вероятностного прогноза рекомендуется следующий статистический критерий.

При уровне значимости критерия α строится доверительный интервал с границами $P_1^*(\alpha)$ и $P_2^*(\alpha)$ для частоты P^* , в который

она должна попадать с вероятностью $1-\alpha$. При этом число проверочных прогнозов n заменяется числом $n-m$. При любых P , $n-m$ и α нижняя $P_1^*(\alpha)$ и верхняя $P_2^*(\alpha)$ границы такого доверительного интервала определяются доступными компьютерными программами или таблицами, содержащимися в работе [6]. В соответствии с данным критерием при уровне значимости критерия α и заданной вероятности P проверку соответствия между каждым интервалом $C_P^*(\tilde{Y}_i)$ и рядом $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ проверочных прогнозов следует признать успешной, если выполняется неравенство:

$$P_1^*(\alpha) < P^* < P_2^*(\alpha). \quad (8.20)$$

В табл. 8.5 помещены значения $P_1^*(\alpha)$ и $P_2^*(\alpha)$ при $\alpha = 5\%$ для различных значений P и $n-m$.

Таблица 8.5

Границы доверительных интервалов для частоты P^* попадания в расчетные интервалы при $\alpha = 5\%$

P	0,05	0,10	0,25	0,50	0,75	0,90	0,95
$n-m = 20$							
$P_1^*(5\%)$	0,003	0,018	0,071	0,302	0,599	0,717	0,784
$P_2^*(5\%)$	0,216	0,283	0,401	0,698	0,929	0,982	0,997
$n-m = 40$							
$P_1^*(5\%)$	0,009	0,036	0,142	0,361	0,613	0,720	0,857
$P_2^*(5\%)$	0,143	0,220	0,387	0,639	0,858	0,964	0,991
$n-m = 60$							
$P_1^*(5\%)$	0,013	0,044	0,161	0,387	0,642	0,813	0,882
$P_2^*(5\%)$	0,118	0,187	0,358	0,613	0,839	0,956	0,987

При значениях, P близких к 0,5, критерий можно упростить, и проверку соответствия между расчетными интервалами и рядом проверочных прогнозов следует признать успешной, если выполняется неравенство:

$$P - t(\alpha/2) \sqrt{\frac{P(1-P)}{n-m}} < P^* < P + t(\alpha/2) \sqrt{\frac{P(1-P)}{n-m}}, \quad (8.21)$$

где $t(\alpha/2)$ – квантиль нормального распределения вероятностей с равным нулю математическим ожиданием и равной единице дисперсией, соответствующий вероятности превышения $\alpha/2$ и определяемый табл. 8.6 [6].

Таблица 8.6

Критические значения $t(\alpha/2)$ при различных уровнях значимости α

α , %	1	2,5	5	10
$t(\alpha/2)$	2,576	2,241	1,960	1,645

8.4. Оценка эффективности вероятностных прогнозов речного стока

Для оценки эффективности методики вероятностного прогнозирования речного стока рекомендуется применять тот же подход, который использовался в главах 3 и 6 при оценке эффективности прогнозов в обычной детерминированной форме. Этот подход состоит в сравнении показателей погрешности оцениваемой методики и альтернативной методики безусловного прогнозирования, не учитывающей факторы формирования речного стока.

Для оценки эффективности выпускаемых один раз в год долгосрочных или среднесрочных прогнозов в детерминированной форме в разделе 3.3 их погрешность V сравнивалась с погрешностью V_K альтернативного климатического прогноза. При оценке эффективности вероятностной формы таких прогнозов анализировавшиеся в предыдущем разделе показатели погрешности полученной для рассматриваемой методики оценки $\tilde{F}^*(Y)$ условной функции распределения вероятностей следует сравнивать с аналогичными показателями погрешности оценки $\tilde{F}_K^*(Y)$ условной функции распределения вероятностей, полученной для методики климатического прогноза.

Для оценки эффективности выпускаемых ежедневно в течение определенного периода года краткосрочных или среднесрочных прогнозов в детерминированной форме в разделе 6.3 их погрешность V сравнивалась с погрешностью V_H альтернативного инерционного прогноза. При оценке эффективности вероятностной формы таких прогнозов анализировавшиеся в предыдущем разделе показатели погрешности полученной для рассматриваемой методики оценки $\tilde{F}^*(Y)$ условной функции распределения вероятностей следует сравнивать с аналогичными показателями погрешности оценки $\tilde{F}_H^*(Y)$ условной функции распределения вероятностей, полученной для методики инерционного прогноза.

В общем случае следует сравнивать показатели погрешности оценок $\tilde{F}^*(Y)$ и $\tilde{F}_A^*(Y)$ условной функции распределения вероятностей, полученных для рассматриваемой методики и для ее безусловной альтернативы. Рекомендуемые критерии сравнения обеих методик для различных форм выражения вероятностного прогноза применимы при выполнении следующих условий.

1. Для обеих методик проверку обычной детерминированной формы прогнозирования характеристики речного стока следует выполнять на независимом материале методом 4, изложенным в разделах 2.2 и 5.2. В зависимости от заблаговременности прогноза погрешность рассматриваемой методики должна оцениваться по формулам (2.16) или (5.12). Погрешность методики климатического прогноза следует оценивать по формуле (3.10). Погрешность методики инерционного прогноза следует оценивать по формуле (6.12).

2. Для получения оценок $\tilde{F}^*(Y)$ и $\tilde{F}_A^*(Y)$ следует применять один и тот же метод из изложенных в разделе 8.2. Следовательно, обе оценки функции условного распределения вероятностей ожидаемого значения Y в зависимости от ее прогноза \tilde{Y} по рассматриваемой методике или прогноза \tilde{Y}_A по альтернативной безусловной методике имеют одинаковый функциональный вид, соответствующий формулам (8.2), (8.5), (8.7) или (8.9).

При получении рассматриваемой методики оценивалось k параметров. При получении альтернативной методики оценивался один параметр – норма \bar{Y} для методики климатического прогноза или среднее изменение характеристики речного стока за период заблаговременности прогноза $\bar{\Delta}$ для методики инерционного прогноза. Следовательно, разность между числом m параметров, предварительная оценка которых необходима для получения оценки $\tilde{F}^*(Y)$, и числом m_A параметров, необходимых для получения оценки $\tilde{F}_A^*(Y)$, равна $k - 1$.

Оценка эффективности формы 1 вероятностного прогноза

Для члена ряда проверочных прогнозов (Y_i, \tilde{Y}_i) оценки условной плотности распределения вероятностей для рассматриваемой методики и для ее альтернативы целесообразно обозначить, как $\tilde{f}^*(Y|\tilde{Y}_i)$ и $\tilde{f}_A^*(Y|\tilde{Y}_i)$.

Оценка эффективности методики вероятностного прогнозирования в форме 1 может быть установлена с помощью асимптотически наиболее мощного критерия отношения правдоподобия [12]. В соответствии с данным критерием при уровне значимости α преимущество оцениваемой методики по сравнению с ее безусловной альтернативой следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$L_A = 2 \sum_{i=1}^n \ln \left[\frac{f(Y_i|\tilde{Y}_i)}{f_A^*(Y_i)} \right] \geq \chi_{k-1}^2(\alpha), \quad (8.22)$$

где $\chi_{k-1}^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения вероятностей с числом степеней свободы $k - 1$, соответствующий вероятности превышения α . При $\alpha = 5\%$ и различных $k - 1$ значения $\chi_{k-1}^2(\alpha)$ определяются данными табл. 8.2 с помощью замены $l - m - 1$ на число степеней свободы $k - 1$.

Использование данного критерия является весьма трудоемким даже при наличии компьютерных программ. Существенное

упрощение возможно только для первых трех методов получения вероятностного прогноза характеристик речного стока, рекомендуемых в разделе 8.2. В этом случае изложенный выше критерий приводит к сравнению оценок погрешности прогноза в обычной детерминированной форме по обеим методикам. В зависимости от заблаговременности прогноза сравнение этих оценок следует производить с помощью статистических критериев, рекомендуемых в разделах 3.3 или 6.3. При этом необходимо учитывать специфику каждого метода:

1) при использовании метода 1 для рассматриваемой методики и для ее безусловной альтернативы должны сравниваться ошибки прогноза, выражаемые разностью между фактическим значением характеристики речного стока и ее прогнозом;

2) при использовании метода 2 для рассматриваемой методики и для ее безусловной альтернативы должны сравниваться относительные ошибки прогноза;

3) при использовании метода 3 для рассматриваемой методики и для ее безусловной альтернативы должны сравниваться ошибки прогноза логарифма характеристики речного стока.

Оценка эффективности формы 2 вероятностного прогноза

При проверке данной формы анализировалось соответствие между полученными для рассматриваемой методики вероятностями $P^*(\tilde{Y}_1), \dots, P^*(\tilde{Y}_n)$ и рядом $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ проверочных прогнозов. Аналогичные вероятности $P_{A,1}^*, \dots, P_{A,n}^*$ должны быть получены для альтернативной методики климатического или инерционного прогноза.

В зарубежной практике вероятностного прогнозирования погоды используется показатель Брайера BBS , связанный с рассмотренным в предыдущем разделе показателем погрешности методики BS [35, 36, 49, 51, 52]. В данной ситуации этот показатель равен:

$$BBS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [I_i - P^*(\tilde{Y}_i)]^2}{\sum_{i=1}^n (I_i - P_{A,i}^*)^2}. \quad (8.23)$$

Показатель BBS может принимать значения от $-\infty$ до 1. Чем он выше, тем эффективнее оцениваемая методика вероятностного прогноза. Отрицательные значения BBS означают, что оцениваемая методика дает худший результат по сравнению с вероятностной формой безусловного прогноза. Так же как и показатель погрешности методики BS , этот показатель эффективности не учитывает число параметров m и m_A оцениваемой методики и вероятностной формы безусловного прогноза. Следовательно, этот показатель предназначен для оценки эффективности на независимом материале, который для долгосрочных прогнозов редко имеется в достаточном объеме. Главным недостатком этого показателя является очень сложный характер его распределения вероятностей. Это затрудняет объективную оценку его критического минимального значения $\min BBS(\alpha)$, необходимого для вывода о статистически достоверной эффективности формы 2 вероятностного выражения прогнозов при выполнении неравенства $BBS \geq \min BBS(\alpha)$.

Для оценки эффективности формы 2 вероятностного прогноза рекомендуется использовать асимптотически наиболее мощный критерий отношения правдоподобия [12]. В соответствии с данным критерием преимущество оцениваемой методики по сравнению с вероятностной формой альтернативного безусловного прогноза следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$W_A = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ I_i \ln \left[\frac{P^*(\tilde{Y}_i)}{P_{A,i}^*} \right] + (1 - I_i) \ln \left[\frac{1 - P^*(\tilde{Y}_i)}{1 - P_{A,i}^*} \right] \right\} \geq \chi_{k-1}^2(\alpha), \quad (8.24)$$

где $\chi_{k-1}^2(\alpha)$ – квантиль хи-квадрат распределения вероятностей с числом степеней свободы $k-1$, соответствующий вероятности превышения α . Значения $\chi_{k-1}^2(\alpha)$ для различных значений уровня

значимости критерия α могут определяться по табл. 8.2, в которой число $l - m - 1$ надо заменить числом $k - 1$.

При значениях $P^*(\tilde{Y}_i)$ и $P_{A,i}^*$, близких к 0,5, критерий можно упростить и преимущество оцениваемой методики по сравнению с вероятностной формой климатического или инерционного прогноза следует признать статистически достоверным, если выполняется неравенство:

$$\hat{W}_A = \sum_{i=1}^n \frac{(I_i - P_{A,i}^*)^2}{P_{A,i}^*(1 - P_{A,i}^*)} - \sum_{i=1}^n \frac{[I_i - P^*(\tilde{Y}_i)]^2}{P^*(\tilde{Y}_i)[1 - P^*(\tilde{Y}_i)]} \geq \chi_{k-1}^2(\alpha). \quad (8.25)$$

Оценка эффективности методики вероятностного прогноза, выражаемого формой 3

При проверке эффективности методики вероятностного прогнозирования речного стока в форме 3 рекомендуется сравнивать полученные по соответствующим рядам проверочных прогнозов оценки $C_P^*(\tilde{Y}_1), \dots, C_P^*(\tilde{Y}_n)$ доверительного интервала $(\tilde{a}_P; \tilde{b}_P)$, полученные для рассматриваемой методики с аналогичными оценками $C_{A,i}^*, \dots, C_{A,i}^*$, полученными для ее безусловной альтернативы при той же заданной вероятности P .

Для альтернативной методики климатического или инерционного вероятностного прогноза в форме 3 также должна быть выполнена проверка ее соответствия исходным данным с помощью критериев, рекомендованных в предыдущем разделе.

Преимущество рассматриваемой методики по сравнению с ее безусловной альтернативой состоит в том, что средняя длина доверительного интервала для этой методики меньше, чем для ее альтернативы. В общем случае проверка статистической достоверности такого соотношения на основе рядов $C_P^*(\tilde{Y}_1), \dots, C_P^*(\tilde{Y}_n)$ и $C_{A,i}^*, \dots, C_{A,i}^*$ оценок этих интервалов по сравниваемым методикам сопряжена со значительными математическими и вычислительными трудностями. Как и при оценке эффективности методики

вероятностного прогноза в форме 1, существенное упрощение возможно только для первых трех методов получения вероятностного прогноза, рекомендуемых в разделе 8.2. С учетом рассмотренной выше специфики каждого метода проверка эффективности методики вероятностного прогнозирования в форме 3 может быть сведена к сравнению оценок погрешности прогноза в обычной детерминированной форме по обоим методикам. В зависимости от заблаговременности прогноза сравнение этих оценок следует производить с помощью статистических критериев, рекомендуемых в разделах 3.3 или 6.3.

Таким образом, оценка эффективности методики прогнозирования речного стока в вероятностной форме 1 и 3 сводится к оценке эффективности получаемых с помощью этой методики прогнозов в обычной детерминированной форме.

ГЛАВА 9

ПРИМЕРЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПРОГНОЗОВ РЕЧНОГО СТОКА В ВЕРОЯТНОСТНОЙ ФОРМЕ

9.1. Пример долгосрочного прогнозирования речного стока в вероятностной форме

Рассматривается методика прогнозирования среднего за апрель расхода $Y = Q_{IV}$ м³/с притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС с заблаговременностью 35 суток. Методика изложена в разделе 2.3 и рассматривалась в качестве примера в разделах 3.2, 3.4 и 4.3. Она основана на данных многолетних наблюдений за период с 1979 по 2003 г. Прогноз \tilde{Y} определяется линейной формулой (2.19) в зависимости от двух предикторов: прогноза среднего расхода притока воды за третью декаду марта и прогноза средней температуры приземного слоя воздуха за первую декаду апреля на метеостанции в городе Кызыл. Три параметра этой формулы оценивались методом наименьших квадратов на основе представленных в табл. 2.2 данных за $n = 25$ лет.

Чтобы выбрать вариант методики долгосрочного вероятностного прогнозирования апрельского притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС, необходимо проанализировать возможности применения каждого из методов, рекомендованных в разделе 8.2. Вся необходимая для этого исходная информация представлена в табл. 9.1.

При проверке применимости метода 1 использовались данные об ошибках прогноза $\delta_i = Y_i - \tilde{Y}_i$, помещенные в табл. 9.1. Данный метод основан на предположении о нормальности распределения вероятностей ошибок прогноза и об отсутствии зависимости между абсолютными ошибками прогноза и его значениями. В табл. 9.1 ε_i – относительные ошибки прогноза, т. е. $\varepsilon_i - 1 = (Y_i - \tilde{Y}_i) / \tilde{Y}_i$.

Таблица 9.1

Исходные данные для получения и анализа вероятностной формы долгосрочного прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС

Год	Y_i	\tilde{Y}_i	δ_i	$\varepsilon - 1$	$\ln \varepsilon$
1979	400	426	-26	-0,06	-0,06
1980	410	306	104	0,34	0,29
1981	886	791	95	0,12	0,11
1982	1003	670	333	0,50	0,40
1983	394	502	-108	-0,22	-0,24
1984	420	395	25	0,06	0,06
1985	561	565	-4	-0,01	-0,01
1986	533	595	-62	-0,10	-0,11
1987	610	649	-39	-0,06	-0,06
1988	705	549	156	0,28	0,25
1989	660	776	-116	-0,15	-0,16
1990	460	514	-54	-0,11	-0,11
1991	520	594	-74	-0,12	-0,13
1992	630	694	-64	-0,09	-0,10
1993	800	898	-98	-0,11	-0,12
1994	698	738	-40	-0,05	-0,06
1995	835	894	-59	-0,07	-0,07
1996	490	396	94	0,24	0,21
1997	1360	938	422	0,45	0,37
1998	583	723	-140	-0,19	-0,22
1999	611	666	-55	-0,08	-0,09
2000	740	773	-33	-0,04	-0,04
2001	900	808	92	0,11	0,11
2002	587	817	-230	-0,28	-0,33
2003	504	642	-138	-0,21	-0,24

Оценка коэффициента корреляции между абсолютными ошибками $|\delta_i|$ и значениями прогноза \tilde{Y}_i равна 0,37. И хотя согласно изложенному в разделе 2.1 критерию Питмена при $n=25$ и $\alpha=5\%$ эта оценка не является статистически достоверной, все же она достаточно велика, чтобы предположение о независимости величин $|\delta_i|$ и \tilde{Y}_i выглядело сомнительным.

Проверка принадлежности ошибок прогноза нормальному распределению вероятностей выполнена с помощью критерия Пирсона, изложенного в разделе 8.3. По формуле (8.11) определялись нормированные значения x_i ошибок прогноза с использованием оценки $\sqrt{V^*} = 162 \text{ м}^3/\text{с}$, полученной с помощью формул (2.1) и (2.6). Эмпирическая функция распределения вероятностей ряда x_1, \dots, x_n сравнивалась с функцией Лапласа нормального распределения. При длине ряда $n=25$ и общем числе оцениваемых параметров $m=4$ вся числовая ось разбивалась на $l=7$ интервалов, равновероятных с точки зрения функции Лапласа. При этом все гипотетические вероятности p_{0j} в формуле (8.15) равны $1/7$. Определяемый этой формулой показатель критерия Пирсона составляет $U^2 = 12,21$. При уровне значимости $\alpha=5\%$ критически большим для такого показателя является квантиль $\chi^2_2(5\%) = 5,99$ хи-квадрат распределения вероятностей с числом степеней свободы $l-m-1=2$, соответствующий вероятности превышения $\alpha=5\%$. Следовательно, неравенство (8.15) не выполняется и предусматриваемая методом 1 гипотеза о нормальном распределении вероятностей ошибок прогноза должна быть отвергнута.

При проверке применимости метода 2 использовались данные об относительных ошибках прогноза $\varepsilon_i - 1 = (Y_i - \tilde{Y}_i) / \tilde{Y}_i$, помещенные в табл. 9.1. Данный метод основан на предположении о нормальности распределения вероятностей этих ошибок и об отсутствии зависимости между их абсолютными величинами и значениями прогноза.

Оценка коэффициента корреляции между абсолютными ошибками $|\varepsilon_i - 1|$ и значениями прогноза \tilde{Y}_i равна $-0,13$ и согласно

критерию Питмена не является статистически достоверной при любом разумном уровне значимости α .

Для проверки принадлежности относительных ошибок прогноза нормальному распределению вероятностей по формуле (8.12) определялись нормированные значения x_i относительных ошибок прогноза с использованием оценки $\sqrt{V_{\varepsilon}^*} = 0,22$, полученной с помощью формул (2.1) и (2.6), в которых разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ следует заменить относительной ошибкой прогноза $(Y_i - \tilde{Y}_i) / \tilde{Y}_i$. Эмпирическая функция распределения вероятностей ряда x_1, \dots, x_n сравнивалась с функцией Лапласа нормального распределения. Определяемый формулой (8.15) для тех же значений $n = 25$, $m = 4$, $l = 7$ и $p_{0j} = 1/7$ показатель критерия Пирсона составляет $U^2 = 6,44$. При том же критическом значении $\chi_2^2(5\%) = 5,99$ неравенство (8.15) не выполняется. Следовательно, предусматриваемая методом 2 гипотеза о нормальном распределении вероятностей относительных ошибок прогноза также должна быть отвергнута.

При проверке применимости метода 3 использовались данные об ошибках $\ln \varepsilon_i = \ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$ прогноза логарифма апрельского притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС, помещенные в табл. 9.1. Данный метод основан на предположении о нормальности распределения вероятностей этих ошибок и об отсутствии зависимости между их абсолютными величинами и значениями прогноза.

Оценка коэффициента корреляции между абсолютными ошибками $|\ln \varepsilon_i|$ и значениями прогноза $\ln \tilde{Y}_i$ равна $-0,15$ и согласно критерию Питмена не является статистически достоверной при любом разумном уровне значимости α .

Для проверки принадлежности ошибок такого прогноза нормальному распределению вероятностей по формуле (8.13) определялись нормированные значения x_i ошибок $\ln \varepsilon_i$ прогноза с использованием оценки $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*} = 0,21$, полученной с помощью

формул (2.1) и (2.6), в которых разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ следует заменить ошибкой $\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$. Эмпирическая функция распределения вероятностей ряда x_1, \dots, x_n сравнивалась с функцией Лапласа нормального распределения. Определяемый формулой (8.15) для тех же значений $n = 25$, $m = 4$, $l = 7$ и $p_{0,j} = 1/7$ показатель критерия Пирсона составляет $U^2 = 4,52$. При том же критическом значении $\chi_2^2(5\%) = 5,99$ неравенство (8.15) выполняется и предусматриваемая методом 3 гипотеза о нормальном распределении вероятностей ошибок прогноза логарифма апрельского притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС может быть принята.

В пользу применимости метода 3 свидетельствует удовлетворительное соответствие между полученной по ряду нормированных значений $\ln \varepsilon_i$ эмпирической функцией распределения вероятностей и функцией Лапласа (рис. 9.1).

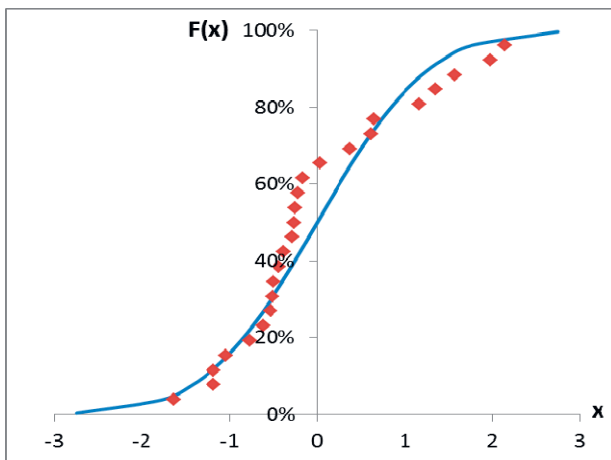


Рис. 9.1. Графики эмпирической (красным цветом) и нормальной (синим цветом) функций распределения вероятностей нормированных значений $\ln \varepsilon_i$.

Выполнение всех условий применимости метода 3 получения вероятностной формы долгосрочного прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС позволяет на нем остановиться, не рассматривая применимость технически более сложного метода 4.

Таким образом, условная функция распределения вероятностей и условная кривая обеспеченности среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС $Y = Q_{IV}$ м³/с в зависимости от его долгосрочного прогноза \tilde{Y} по рассматриваемой методике определяются формулами (8.7) и (8.8) при $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*} = 0,21$.

В качестве примера формы 1 вероятностного прогноза по рассматриваемой методике на рис. 9.2 даны графики условной кривой обеспеченности $Y(p|\tilde{Y})$ при малом, среднем и большом значениях прогноза \tilde{Y} , равных 400, 650 и 900 м³/с.

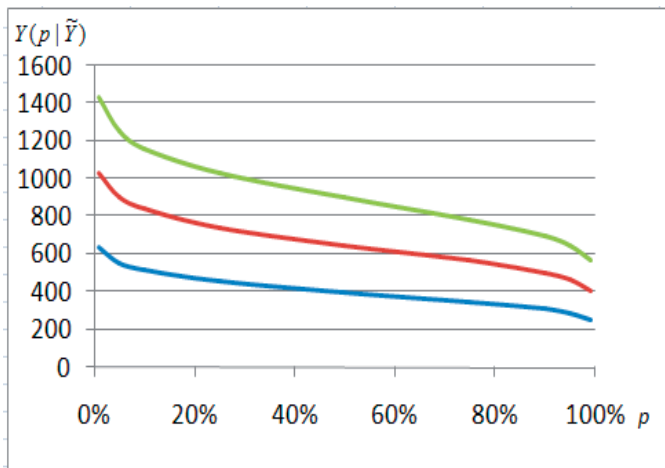


Рис. 9.2. Графики условной кривой обеспеченности $Y(p|\tilde{Y})$ среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС при различных значениях его прогноза: $\tilde{Y} = 400$ м³/с (синяя линия); $\tilde{Y} = 650$ м³/с (красная линия); $\tilde{Y} = 900$ м³/с (зеленая линия).

Для некоторых значений обеспеченности p те же кривые представлены в табличной форме в табл. 9.2.

Таблица 9.2

**Значения условной кривой обеспеченности $Y(p|\tilde{Y})$ среднего
за апрель расхода притока воды в водохранилище
Саяно-Шушенской ГЭС**

$p, \%$	5	10	25	50	75	90	95
$Y(p \tilde{Y} = 400)$	288	310	350	400	458	517	556
$Y(p \tilde{Y} = 650)$	468	503	568	650	744	840	903
$Y(p \tilde{Y} = 900)$	648	697	786	900	1030	1163	1251

В качестве примера формы 2 вероятностного прогноза по рассматриваемой методике для каждого года в зависимости от значения прогноза \tilde{Y} определялись условные вероятности $P(\tilde{Y})$ попадания фактического значения Y в интервал (492; 766). Концы этого интервала $a = 492 \text{ м}^3/\text{с}$ и $b = 766 \text{ м}^3/\text{с}$ соответствуют вероятностям превышения 25 и 75 % безусловного распределения вероятностей фактического значения прогнозируемой величины Y . Следовательно, безусловная вероятность попадания Y в этот интервал равна 50 %. При каждом значении прогноза \tilde{Y}_i содержащиеся в табл. 9.3 условные вероятности $P(\tilde{Y}_i)$ рассчитывались с помощью условной функции распределения вероятностей, определяемой формулой (8.7). В таблице помещены ежегодные значения индикатора I_i , равного единице в случае попадания фактического значения прогнозируемой величины Y_i в интервал (492; 766) и равные нулю в противном случае.

В качестве примера формы 3 вероятностного прогноза по рассматриваемой методике для каждого года в зависимости от значения прогноза \tilde{Y} определялся доверительный интервал $\tilde{C}_p = (\tilde{a}_p; \tilde{b}_p)$, в который ожидаемая величина Y должна попадать с заданной вероятностью $P = 50 \%$. Границы такого интервала

определялись условной кривой обеспеченности $Y(p|\tilde{Y})$ при значениях $p_1 = 75\%$ и $p_2 = 25\%$. Для каждого года границы доверительного интервала $\tilde{a}_{50\%}$ м³/с и $\tilde{b}_{50\%}$ м³/с помещены в табл. 9. 4.

Таблица 9.3

Условные вероятности попадания в интервал (492; 766) среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС при заданных значениях его прогноза \tilde{Y}

Год	Y_i	\tilde{Y}_i	$P(\tilde{Y}_i)$	I_i
1979	400	426	0,23	0
1980	410	306	0,01	0
1981	886	791	0,43	0
1982	1003	670	0,69	0
1983	394	502	0,52	0
1984	420	395	0,14	0
1985	561	565	0,69	1
1986	533	595	0,73	1
1987	610	649	0,71	1
1988	705	549	0,66	1
1989	660	776	0,46	1
1990	460	514	0,56	0
1991	520	594	0,73	1
1992	630	694	0,65	1
1993	800	898	0,21	0
1994	698	738	0,55	1
1995	835	894	0,22	0
1996	490	396	0,14	0
1997	1360	938	0,15	0
1998	583	723	0,59	1
1999	611	666	0,69	1
2000	740	773	0,47	1
2001	900	808	0,39	0
2002	587	817	0,37	1
2003	504	642	0,72	1

Таблица 9.4

Доверительный интервал для среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС, соответствующего условной вероятности попадания $P = 50\%$ при заданных значениях его прогноза \tilde{Y}

Год	Y_i	\tilde{Y}_i	$P(\tilde{Y}_i)$	I_i
1979	400	426	372	487
1980	410	306	267	350
1981	886	791	691	905
1982	1003	670	586	767
1983	394	502	439	574
1984	420	395	345	452
1985	561	565	494	647
1986	533	595	520	681
1987	610	649	567	743
1988	705	549	480	628
1989	660	776	678	888
1990	460	514	449	588
1991	520	594	519	680
1992	630	694	606	794
1993	800	898	785	1028
1994	698	738	645	844
1995	835	894	781	1023
1996	490	396	346	453
1997	1360	938	820	1073
1998	583	723	632	827
1999	611	666	582	762
2000	740	773	676	885
2001	900	808	706	925
2002	587	817	714	935
2003	504	642	561	735

Проверка формы 1 выражения вероятностного прогноза среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС была проведена в ходе выбора подходящего варианта получения такого прогноза. Для варианта 3, основанного на

использовании логарифмически нормального распределения вероятностей фактических значений Y при заданных значениях их прогноза \tilde{Y} , такая проверка была выполнена с помощью критерия согласия Пирсона и дала положительный результат.

Проверка формы 2 выражения вероятностного прогноза проведена в соответствии с рекомендацией раздела 8.3. Определяемый формулой (8.18) показатель W равен 23,08. Определяемый упрощенной формулой (8.19) показатель \tilde{W} равен 16,35. При уровне значимости $\alpha = 5\%$ критически большим для обоих показателей является квантиль $\chi_{21}^2(5\%) = 32,67$ распределения вероятностей хи-квадрат с числом степеней свободы $n - m = 21$, соответствующий вероятности превышения $\alpha = 5\%$. Следовательно, неравенства (8.18) и (8.19) выполняются, и проверку формы 2 вероятностного выражения рассматриваемого прогноза следует признать успешной.

Проверка формы 3 выражения вероятностного прогноза проведена в соответствии с рекомендацией раздела 8.3. Рассчитанная на основе данных табл. 9.4 относительная частота попадания ежегодного значения прогнозируемой величины Y в соответствующий интервал $(\tilde{a}_{50\%}; \tilde{b}_{50\%})$ составляет $P^* = 0,60$. При уровне значимости $\alpha = 5\%$, $n - m = 21$ и $P = 50\%$ границы доверительного интервала для этой частоты составляют $P_1^*(5\%) = 0,417$ и $P_2^*(5\%) = 0,764$. Следовательно, неравенство (8.20) выполняется. Выполняется и неравенство (8.21) упрощенного варианта проверки. Таким образом, и проверку формы 3 вероятностного выражения рассматриваемого прогноза следует признать успешной.

Для оценки эффективности методики долгосрочного вероятностного прогнозирования апрельского притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС в качестве альтернативы использовалось безусловное распределение вероятностей фактических значений Y прогнозируемой величины, соответствующее климатическому прогнозу. Оценка этого распределения выполнялась по данным табл. 9.1. Для описания многолетних колебаний величины Y использовалось логарифмически нормальное распределение

вероятностей с полученными по ряду за $n = 25$ лет наблюдений оценками параметров $\bar{Y} = 652 \text{ м}^3/\text{с}$ и $C_v = 0,35$. Это распределение практически совпадает с трехпараметрическим гамма распределением при $C_s / C_v = 3$. При получении вероятностной формы альтернативного климатического прогноза число оцениваемых параметров равно $m_A = 2$.

Согласно рекомендациям раздела 8.4 оценка эффективности вероятностного прогноза в формах 1 и 3 сводится к рассмотренной в разделе 3.3 оценке эффективности методики долгосрочного прогнозирования в обычной детерминированной форме. В данном случае речь идет о прогнозе логарифма $\ln Y$ среднего за апрель расхода притока воды в водохранилище Саяно-Шушенской ГЭС. Проверяемая методика дает прогноз $\ln \tilde{Y}$ с использованием формулы (2.19) для определения \tilde{Y} . Погрешность такого прогноза характеризует показатель $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*} = 0,21$. Климатический прогноз определяется постоянным значением $\ln \bar{Y}$ при $\bar{Y} = 652 \text{ м}^3/\text{с}$. Погрешность такого прогноза характеризует показатель $\sqrt{V_{K, \ln \varepsilon}^*} = 0,32$, рассчитанный по формулам (3.7) и (3.10). Отсутствие статистически достоверной автокорреляции в рядах ошибок $\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$ и $\ln Y_i - \ln \bar{Y}$ при $i = 1, \dots, n$ облегчает получение оценок погрешностей прогноза величины $\ln Y$ по сравниваемым методикам. Коэффициент корреляции между величинами $\ln Y$ и $\ln \tilde{Y}$ равен $R = 0,79$.

Формула получения прогноза $\ln \tilde{Y}$ уже не является линейной относительно оцениваемых параметров. Это не позволяет воспользоваться наиболее мощным критерием 1, рекомендуемым в разделе 3.3. Для оценки эффективности рассматриваемой методики долгосрочного прогноза величины $\ln Y$ использован более общий критерий 2. Определяемый формулой (3.15) показатель составляет $B_K = 5,36$. При уровне значимости $\alpha = 5 \%$ критически большим

для этого показателя является квантиль 3,84 распределения вероятностей хи-квадрат с одной степенью $\chi_1^2(5\%)$ свободы, соответствующий вероятности превышения $\alpha = 5\%$. Следовательно, неравенство (3.15) выполняется, и эффективность вероятностного выражения рассматриваемого прогноза в форме 1 и 3 следует признать достаточно высокой.

В связи с оценкой эффективности вероятностного прогноза в форме 3 следует отметить, что средняя длина представленных в табл. 9.4 доверительных интервалов равна $176 \text{ м}^3/\text{с}$. При использовании климатического прогноза аналогичный доверительный интервал (492; 766), в который ожидаемая гидрологическая характеристика Y должна попадать с вероятностью $P = 50\%$, имеет длину $274 \text{ м}^3/\text{с}$. Отношение средней длины условных интервалов к длине безусловного интервала равно 0,64 и практически совпадает с отношением показателей погрешности прогноза по сравниваемым методикам $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*} / \sqrt{V_{A, \ln \varepsilon}^*} = 0,66$ в обычной детерминированной форме.

Оценка эффективности формы 2 вероятностного выражения рассматриваемого прогноза проведена в соответствии с рекомендацией раздела 8.4 на основе данных табл. 9.3. Вероятностной форме 2 климатического прогноза соответствует постоянная безусловная вероятность $P_A = 50\%$ попадания фактического значения Y в интервал (492; 766). Рассчитанный по формуле (8.24) показатель составляет $W_A = 11,54$. Рассчитанный по формуле (8.25) упрощенный показатель составляет $\hat{W}_A = 8,65$. При уровне значимости $\alpha = 5\%$ критически большим для обоих показателей является квантиль $\chi_2^2(5\%) = 5,99$ распределения вероятностей хи-квадрат с числом степеней свободы $k - 1 = 2$, соответствующий вероятности превышения $\alpha = 5\%$. Следовательно, неравенства (8.24) и (8.25) выполняются, и эффективность предлагаемой методики вероятностного прогноза в форме 2 следует признать достаточно высокой.

9.2. Пример краткосрочного прогнозирования речного стока в вероятностной форме

Рассматривается методика прогнозирования максимального расхода воды $Y = Q_{max}$ м³/с в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки. Методика прогнозирования среднесуточного расхода воды Q м³/с изложена в разделе 5.3 и рассматривалась в качестве примера в разделах 6.2, 6.4 и 7.3. Для ее построения использовался ряд ежедневных гидрологических и метеорологических наблюдений за период с 1984 по 2005 год. С учетом пропусков общее число ежедневных наблюдений для каждого месяца n варьирует от 508 до 558. Прогноз среднесуточного расхода воды \tilde{Q} м³/с определяется линейной формулой (5.18), содержащей $k=13$ параметров, которые оценивались для каждого месяца в отдельности. Створ не оборудован самописцем уровня воды, поэтому прогноз суточного максимума расхода воды определяется в виде $\tilde{Q}_{max} = \bar{k} \tilde{Q}$, где \tilde{Q} м³/с – прогноз среднесуточного расхода воды, \bar{k} – полученное по данным гидрологических ежегодников среднее значение отношения максимумов расходов воды к их среднесуточным значениям [4]. Для каждого месяца значения коэффициента \bar{k} помещены в табл. 9.5.

Таблица 9.5

Значения переходных коэффициентов \bar{k} для створа р. Сочи – г. Сочи

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
\bar{k}	2,00	2,07	2,19	1,77	2,66	3,57	3,47	4,32	3,30	2,60	2,64	1,97

Чтобы выбрать вариант методики краткосрочного вероятностного прогнозирования максимального расхода воды в створе р. Сочи – г. Сочи, необходимо проанализировать возможность применения каждого из методов, рекомендованных в разделе 8.2.

Метод 1 основан на предположении о нормальности распределения вероятностей ошибок прогноза и об отсутствии зависимости между абсолютными ошибками прогноза и его значениями.

Оценка коэффициента корреляции между абсолютными ошибками $|\delta_i|$ и значениями прогноза \tilde{Y}_i для разных месяцев варьирует в пределах от 0,29 до 0,52. Согласно изложенному в разделе 2.1 критерию Питмена, при $n = 508-558$ и $\alpha = 5\%$ эта оценка является статистически достоверной. На этом основании от метода 1 приходится отказаться.

Метод 2 основан на предположении о нормальности распределения вероятностей относительных ошибок прогноза и об отсутствии зависимости между их абсолютными величинами и значениями прогноза. Оценка коэффициента корреляции между абсолютными ошибками $|\varepsilon_i - 1|$ и значениями прогноза \tilde{Y}_i для разных месяцев варьирует в пределах от 0,10 до 0,31. Согласно изложенному в разделе 2.1 критерию Питмена, при $n = 508-558$ и $\alpha = 5\%$ эта оценка является статистически достоверной. На этом основании приходится отказаться и от метода 2.

Метод 3 предусматривает переход к логарифмам значения максимального расхода воды $Y = Q_{max}$ и его прогноза $\tilde{Y} = \tilde{Q}_{max}$ и анализ ряда ошибок такого прогноза $\ln \varepsilon_i = \ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$ при $i = 1, \dots, n$. Данный метод основан на предположении о нормальности распределения вероятностей этих ошибок и об отсутствии зависимости между их абсолютными величинами и значениями прогноза.

Оценка коэффициента корреляции между абсолютными ошибками $|\ln \varepsilon_i|$ и значениями прогноза $\ln \tilde{Y}_i$ для разных месяцев варьирует в пределах от $-0,03$ до $0,06$ и, согласно критерию Питмена, при $n = 508-558$ не является статистически достоверной при любом разумном уровне значимости α . Отсутствие статистической зависимости между ошибками прогноза $\ln \varepsilon_i = \ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$ и его значениями $\ln \tilde{Y}_i = \ln \tilde{Q}_{max}$ демонстрирует рис. 9.3, полученный по данным наблюдений за все месяцы.

Для проверки принадлежности ошибок такого прогноза нормальному распределению вероятностей по формуле (8.13) определялись нормированные значения x_i ошибок $\ln \varepsilon_i$ прогноза с использованием оценки $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*}$, полученной для каждого месяца с

помощью формул (5.2) и (5.15), в которых разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ следует заменить ошибкой $\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$. В этих оценках учитывается коэффициент корреляции r_1 между ошибками прогноза $\ln \varepsilon_i$ и $\ln \varepsilon_{i+1}$ за смежные сутки. Он определяется формулой (5.1), в которой разность $Y_i - \tilde{Y}_i$ также следует заменить ошибкой $\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i$. Для каждого месяца значения оценок r_1 и $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*}$ помещены в таб. 9.6.

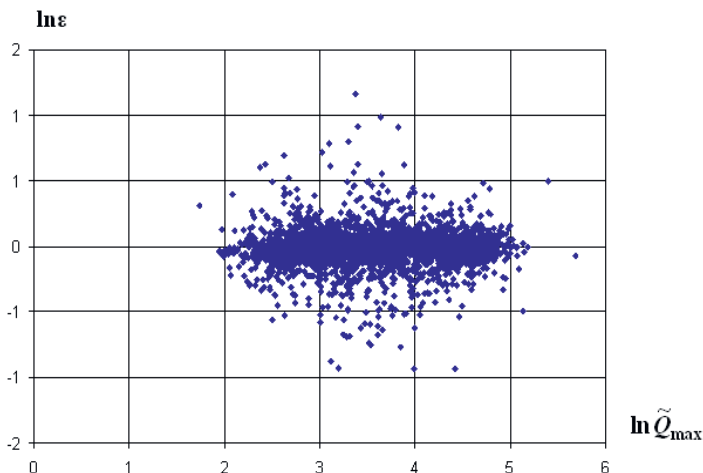


Рис. 9.3. Соотношение между ошибками прогноза логарифмов максимальных расходов воды $\ln \varepsilon$ и значениями этого прогноза $\ln \tilde{Q}_{max}$ в створе р. Сочи – г. Сочи.

Таблица 9.6

Характеристики ошибок прогноза логарифмов максимальных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
n	554	508	526	540	558	540	558	526	540	558	540	558
r_1	0,18	0,08	0,03	0,16	0,00	0,05	0,03	0,01	0,07	0,02	0,37	0,08
$\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*}$	0,43	0,37	0,37	0,22	0,37	0,44	0,61	0,87	0,90	0,99	0,66	0,52

Приведенные в табл. 9.6 значения коэффициента r_1 показывают, что для некоторых месяцев характерна статистически достоверная автокорреляция рядов ошибок прогноза логарифма максимального расхода, которая подтверждается изложенным в разделе 2.1 критерием Андресона. В соответствии с содержащейся в разделе 8.3 рекомендацией для каждого месяца в ряде проверочных прогнозов были оставлены лишь члены, удаленные на 2 суток. В результате длина каждого ряда n уменьшилась в два раза.

Построенная для каждого месяца эмпирическая функция распределения вероятностей сокращенного ряда x_1, \dots, x_n сравнивалась с функцией нормального распределения. Число параметров, предварительная оценка которых необходима для получения методики вероятностного прогнозирования методом 3, составляет $m = 14$. Продолжительность сокращенного в целях устранения автокорреляции ряда n варьирует в пределах от 254 до 279. Следовательно, соотношение $m/n < 1/15$ выполняется для каждого месяца. Согласно содержащейся в разделе 8.3 рекомендации, для проверки соответствия между рядом нормированных ошибок прогноза логарифмов максимальных расходов воды x_1, \dots, x_n и функцией нормального распределения вероятностей использован критерий согласия Крамера – Мизеса – Смирнова. Рассчитанные для всех месяцев по формуле (8.16) значения показателя этого критерия ω^2 варьируют в пределах от 0,11 до 0,26. Приведенные в табл. 8.3 критически большие значения $\varpi^2(\alpha)$ превосходят эти показатели при любых разумных значениях уровня значимости критерия α . Следовательно, предусматриваемая методом 3 гипотеза о принадлежности ошибок прогноза логарифмов максимальных расходов воды нормальному распределению вероятностей может быть принята для всех месяцев года. Об этом свидетельствует и рис. 9.4, на котором эмпирические функции распределения вероятностей нормированных значений этих ошибок для февраля, мая и ноября сравниваются с функцией нормального распределения.

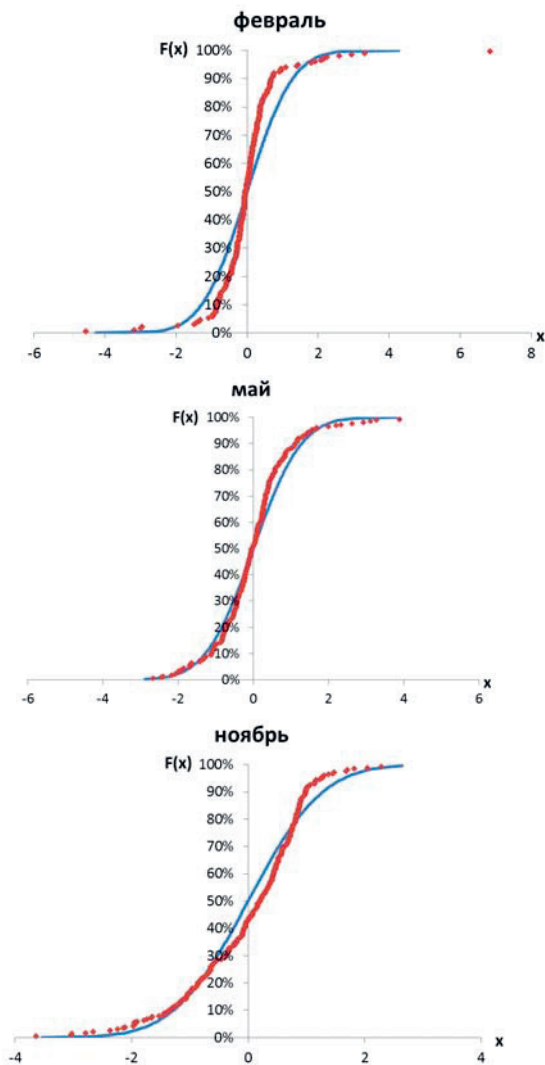


Рис. 9.4. Графики эмпирической (красным цветом) и нормальной (синим цветом) функций распределения вероятностей ошибок прогноза логарифмов максимальных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи.

Выполнение всех условий применимости метода 3 для получения методики краткосрочного вероятностного прогнозирования максимальных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи позволяет на нем остановиться, не рассматривая применимость технически более сложного метода 4.

Таким образом, методика вероятностного прогнозирования максимального расхода воды Q_{max} м³/с в створе р. Сочи – г. Сочи с заблаговременностью одни сутки основана на оценке $F^*(Q_{max} | \tilde{Q}_{max})$ условной функции распределения вероятностей ожидаемого расхода при его прогнозе \tilde{Q}_{max} м³/с, предварительно полученном по исходной методике детерминированного прогнозирования. Эта оценка определяется формулой (8.7) при обозначениях $Y = Q_{max}$ и $\tilde{Y} = \tilde{Q}_{max}$, в которой для каждого месяца надо подставлять значения $\sqrt{V_{\ln \varepsilon}^*}$ из табл. 9.6 [3].

Наибольший практический интерес представляет форма 2 выражения вероятностного прогноза.

Для створа р. Сочи – г. Сочи муниципальными органами установлены три критических значения уровня воды $H_{кр}$, соответствующие различным уровням опасности. Этим уровням соответствуют критические значения расхода воды $Q_{кр}$, которые определяются по зависимости $Q(H)$ и приведены в табл. 9.7.

Таблица 9.7

Критические уровни воды $H_{кр}$ над «0» графика поста и соответствующие им расходы воды $Q_{кр}$ в створе р. Сочи – г. Сочи

Уровень опасности	$H_{кр}$, см	$Q_{кр}$, м ³ /с
Отметка для подачи штормовых телеграмм	280	300
Отметка неблагоприятного явления	330	500
Отметка опасного явления	360	640

Вероятности превышения критических расходов воды в течение всего года и каждого месяца, полученные по многолетним

рядом соответствующих максимумов расхода воды, помещены в табл. 9.8.

Таблица 9.8

Вероятности (%) превышения критических значений расхода воды

$Q_{кр}$ в створе р. Сочи – г. Сочи

$Q_{кр}$, м ³ /с	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	ГОД
300	7,3	6,9	4,8	2,6	9,5	9,9	10	12	14	15	18	15	61
500	1,5	1,6	0,68	0,23	3,2	3,8	4,4	5,8	7,5	7,3	8,5	4,6	16
640	0,60	0,72	0,22	0,06	1,7	2,2	2,7	4,0	5,3	5,0	5,5	2,2	5,8

Как и следовало ожидать, вероятности превышения критических расходов в течение года выше, чем для каждого месяца. В феврале в условиях зимней межени вероятности превышения всех критических расходов минимальны. Во время половодья сказывается высокая водность реки, и эти вероятности уже заметно больше. Благодаря высокой изменчивости речного стока в сезон активного прохождения паводков, вероятность превышения даже самого высокого критического расхода заметно превышает нуль.

В зависимости от прогноза \tilde{Q}_{max} максимального расхода воды на следующие после даты его составления сутки условная вероятность превышения критического расхода воды $Q_{кр}$ в течение этих суток, определяется, как $p_{кр}(\tilde{Q}_{max}) = 1 - F^*(Q_{кр} | \tilde{Q}_{max})$.

На рис. 9.5 для февраля (зимняя межень), мая (снеговое половодье) и ноября (сезон дождевых паводков) приведены графики функции $p_{кр}(\tilde{Q}_{max})$, определяющей вероятностный прогноз максимальных расходов воды на одни сутки.

Сравнение приведенных графиков показывает, что при одних и тех же значениях прогноза максимального расхода воды \tilde{Q}_{max} вероятность превышения критических расходов воды $p_{кр}(\tilde{Q}_{max})$ максимальна в период прохождения дождевых паводков (ноябрь) и минимальна в период зимней межени (февраль).

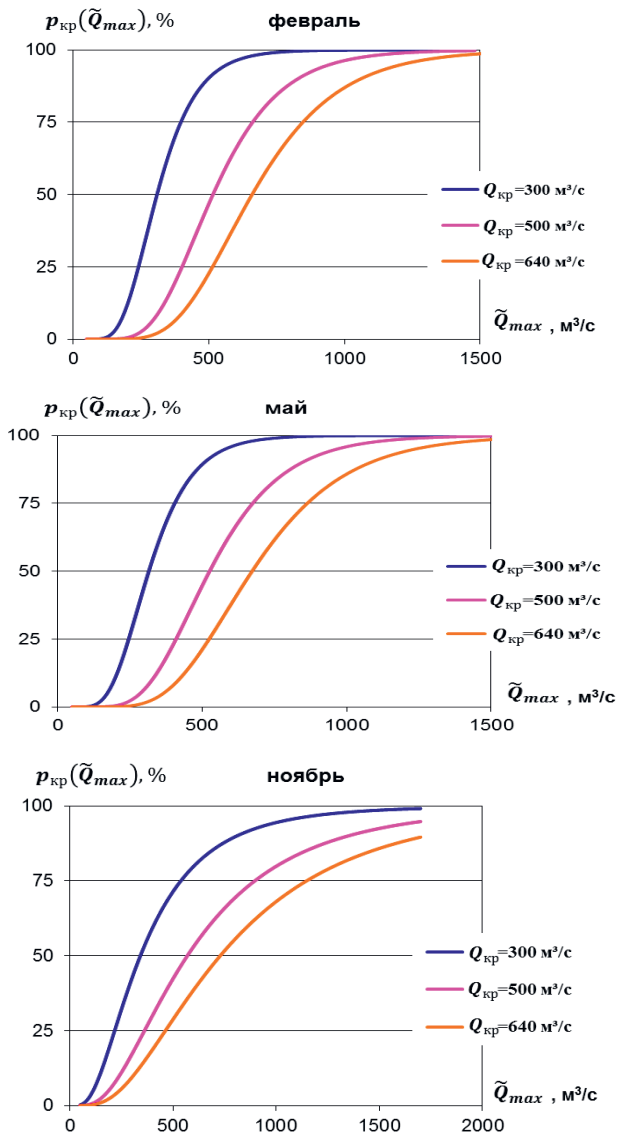


Рис. 9.5. Графики функции прогностической вероятности $p_{кр}(\tilde{Q}_{max})$ для февраля, мая и ноября в створе р. Сочи – г. Сочи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеевский Н.И., Фролова Н.Л., Христофоров А.В.* Мониторинг гидрологических процессов и повышение безопасности водопользования. – М.: Изд-во МГУ, 2011. – 387 с.

2. *Асарин А.Е., Бестужева К.Н., Христофоров А.В., Чалов С.Р.* Водохозяйственные расчеты. – М.: Изд-во МГУ, 2012. – 142 с.

3. *Белякова П.А., Борщ С.В., Христофоров А.В., Юмина Н.М.* Вероятностное прогнозирование максимальных расходов и уровней воды и критических осадков на реках Черноморского побережья Кавказа // Труды Гидрометцентра России. – 2013. – Вып. 349. – С. 104–121.

4. *Белякова П.А., Борщ С.В., Христофоров А.В., Юмина Н.М.* Краткосрочное прогнозирование стока рек Черноморского побережья Кавказа // Труды Гидрометцентра России. – 2013. – Вып. 349. – С. 122–141.

5. *Бефани Н.Ф., Калинин Г.П.* Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам. – Л.: Гидрометеиздат, 1965. – 438 с.

6. *Большев Н.Л., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

7. *Бураков Д.А., Карепова Е.Д., Шайдуров В.В.* Математическое моделирование стока: теоретические основы, современное состояние, перспективы // Вестник Крас. ГУ. – 2006. – № 4. – С. 3–19.

8. *Виноградов Ю.Б.* Математическое моделирование процессов формирования стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 312 с.

9. *Гарцман Г.И.* Дождевые наводнения на реках юга Дальнего Востока: методы расчетов, прогнозов, оценок риска. – Владивосток: Дальнаука, 2008. – 222 с.

10. *Гельфан А.Н.* Динамико-стохастическое моделирование формирования талого стока. – М.: Наука, 2007. – 276 с.

11. Закономерности гидрологических процессов / под ред. Н.И. Алексеевского. – М.: Изд-во «ГЕОС», 2012. – 733 с.

12. *Кендалл М.Дж., Стьюарт А.* Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973. – 900 с.

13. *Кендалл М.Дж., Стьюарт А.* Многомерный статистический анализ. – М.: Наука, 1976. – 736 с.

14. *Корень В.И.* Математические модели в прогнозах речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 199 с.

15. *Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Наука, 1985. – 640 с.

16. *Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г.* Формирование речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1983. – 216 с.

17. *Кучмент Л.С., Гельфан А.Н.* Ансамблевые долгосрочные прогнозы весеннего половодья с помощью физико-математических моделей формирования стока // *Метеорология и гидрология*. – 2007. – № 2. – С. 76–88.

18. *Методические рекомендации по оценке точности и гидрологическому контролю данных государственного учета вод и их использования*. – Л.: Гидрометеиздат, 1977. – 117 с.

19. *Мухин В.М.* Методические основы физико-статистических видов краткосрочных прогнозов стока горных рек // *Труды Гидрометцентра России*. – 2013. – Вып. 349. – С. 5–46.

20. *Мухин В.М., Полунин А.Я.* Методические указания к разработке метода краткосрочного прогноза расходов воды горных рек на основе математической модели формирования стока. – М.: Гидрометеиздат, 1982. – 149 с.

21. *Наставление по службе прогнозов*. Раздел 3. Часть 1. Прогнозы режима вод суши. – Л.: Гидрометеиздат, 1962. – 193 с.

22. *Определение основных расчетных гидрологических характеристик*. СП 33-101-2003. – М.: Госстрой России, 2004. – 72 с.

23. *Попов Е.Г.* Вопросы теории и практики гидрологических прогнозов. – М.: Гидрометеиздат, 1963. – 394 с.

24. *Раткович Д.Я., Болгов М.В.* Стохастические модели колебаний составляющих водного баланса речного бассейна. – М.: Наука, 1997. – 262 с.

25. *Руководство по гидрологическим прогнозам*. Вып. 1. Долгосрочные прогнозы элементов водного режима рек и водохранилищ. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 356 с.

26. *Руководство по гидрологическим прогнозам*. Вып. 2. Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках. Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 245 с.

27. *Руководство по гидрологической практике*. Сбор и обработка данных, анализ, прогнозирование и другие применения // ВМО-0168. – 1994. – 808 с.

28. *Хандоужко Л.А.* Экономическая эффективность метеорологических прогнозов. – Обнинск: ВНИИГМИ – МЦД, 2008. – 145 с.

29. Христофоров А.В. Особенности задачи прогноза гидрологических характеристик по уравнениям регрессии // Метеорология и гидрология. 1975. – № 11. С. 72–80.
30. Христофоров А.В. Устойчивость распространения линейных корреляционных зависимостей в гидрологических расчетах и прогнозах // Вестник МГУ. Серия география. – 1982. – № 5. – С. 56–61.
31. Христофоров А.В. Надежность расчетов речного стока. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – 166 с.
32. Христофоров А.В. Теория случайных процессов в гидрологии. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 139 с.
33. Христофоров А.В. Эколого-экономические основы водопользования. – М.: Изд-во МГУ, 2010. – 160 с.
34. Экстремальные гидрологические ситуации / под ред. Н.И. Коронкевича, Е.А. Барабанова, И.С. Зайцевой. – М.: Медиа-ПРЕСС, 2010. – 464 с.
35. Brier G.W. Verification of forecasts expressed in terms of probability // Mon. Weth. Rev. – 1950. – Vol. 78. – P. 1–13.
36. Buizza R., Hollingsworth A., Lalaurette F., Ghelli A. Probabilistic Predictions of Precipitation Using the ECMWF Ensemble Prediction System // Weather and Forecasting. – 1999. – Vol. 14. – P. 168–189.
37. Burman P., Chow E., Nolan D. A cross-validatory method for dependent data // Biometrika. – 1994. – № 81. – P. 351–358.
38. Carpenter T.M., Georgakakos K.P., Sperfslage J.A. Distributed hydrologic modeling for operational use // HRC Technical Report No. 3. – 1999. – 224 p.
39. Chow V.T., Maidment D. R., Mays L.W. Applied Hydrology. – New York: McGraw–Hill, 1988. – 627 p.
40. Guide to Hydrological Practices. Volume I. Hydrology – From Measurement to Hydrological Information // WMO-0168. – 2009. – 738 p.
41. Guide to Hydrological Practices. Volume II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices // WMO-0168. – 2009. – 738 p.
42. Efron B. The Jackknife, the Bootstrap and Other Resembling Plans. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 1982. – 92 p.
43. Handbook of Hydrology / editor in chief D.R. Maidment. – New York: Mc Graw Hill, 1993. – 978 p.
44. Jolliffe I.T., Stephenson D.B. Forecast Verification. – Wiley, 2003. – 240 p.
45. Krzysztofowicz R. The case for probabilistic forecasting in hydrology // Journal of Hydrology. – 2001. – No. 249. – P. 2–9.

46. Manual on Flood Forecasting and Warning // WMO- 1072. – 2011. – 138 p.
47. *Motovilov Y.G.* ECOMAG – regional model of hydrological cycle and pollution transformation in river basins. Application to the NOPEX region. – Report Research Council of Norway, Oslo, Moscow, 1995. – 64 p.
48. *Nash J.E., Sutcliffe J.V.* River flow forecasting through conceptual models // *Journal of Hydrology*. – 1970. – № 10(3). P. 282–290.
49. National Weather Service River Forecast Verification Plan. Report of the Hydrologic Verification System Requirements Team. U.S. Department of Commerce. National Oceanic and Atmospheric Administration. – 2006. – 44 p.
50. *Nijkamp P.* Cost – Benefit Analysis and Water resource Management. – Amsterdam, 2005. – 312 p.
51. Predictability of Weather and Climate / editors T. Palmer, R. Hagedorn. – Cambridge University Press, 2006. – 635 p.
52. Statistical methods in the Atmospheric Sciences / edited by R. Dmowska, D. Hartman, H.T. Rossby // *International Geophysics Series*. – 2011. – Vol. 100. – 676 p.
53. *Tukey J.W.* Exploratory Data Analysis. Reading, Mass. – Addison-Wesley, 1977. – 688 p.
54. *Welles E.* Verification of river stage forecasts. – University of Arizona, 2005. – 157 p.
55. *Wilks D.S.* Statistical methods in the atmospheric sciences. – Academic Press, 2006. – 467 p.
56. *Yen B.C.* Stochastic and Risk Analysis in Hydraulic Engineering. – Col., Littleton: Water Resources Publications, 1986. – 278 p.
57. *Yokum J.T., Armstrong J.S.* Beyond Accuracy: Comparison of criteria used to select forecasting methods // *International Journal of Forecasting*. – 1995. – № 11. – P. 591–597.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Постановка задачи оценки качества прогнозов речного стока.....	5
1.1. Общие положения.....	5
1.2. Определение погрешности методики прогнозирования речного стока.....	12
1.3. Экономическая эффективность использования методики прогнозирования речного стока.....	19
Глава 2. Оценка погрешности методик долгосрочного прогнозирования речного стока.....	26
2.1. Общие принципы оценки погрешности долгосрочных прогнозов.....	26
2.2. Методы оценки погрешности методик долгосрочных прогнозов.....	32
2.3. Пример оценки погрешности методики долгосрочного прогнозирования речного стока.....	40
Глава 3. Сравнение и оценка эффективности методик долгосрочного прогнозирования речного стока.....	48
3.1. Сравнение методик долгосрочного прогнозирования речного стока.....	48
3.2. Пример сравнения методик долгосрочного прогнозирования речного стока.....	55
3.3. Оценка эффективности методик долгосрочного прогнозирования речного стока.....	58
3.4. Пример оценки эффективности методики долгосрочного прогнозирования речного стока.....	66
Глава 4. Оценка оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока.....	70
4.1. Действующие правила оценки оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока.....	70

4.2. Рекомендации по оценке оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока.....	74
4.3. Пример оценки оправдываемости долгосрочных прогнозов речного стока.....	78
Глава 5. Оценка погрешности методик краткосрочного прогнозирования речного стока.....	82
5.1. Общие принципы оценки погрешности краткосрочных прогнозов.....	82
5.2. Методы оценки погрешности краткосрочных прогнозов.....	87
5.3. Пример оценки погрешности методики краткосрочного прогнозирования речного стока.....	95
Глава 6. Сравнение и оценка эффективности методик краткосрочного прогнозирования речного стока.....	101
6.1. Сравнение методик краткосрочного прогнозирования речного стока.....	101
6.2. Пример сравнения методик краткосрочного прогнозирования речного стока.....	107
6.3. Оценка эффективности методик краткосрочного прогнозирования речного стока.....	111
6.4. Пример оценки эффективности методики краткосрочного прогнозирования речного стока.....	122
Глава 7. Оценка оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока.....	126
7.1. Действующие правила оценки оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока.....	126
7.2. Рекомендации по оценке оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока.....	130
7.3. Пример оценки оправдываемости краткосрочных прогнозов речного стока.....	135
Глава 8. Вероятностная форма представления прогнозов речного стока.....	140
8.1. Постановка задачи вероятностного прогнозирования и подходы к ее решению.....	140
8.2. Методы получения вероятностного прогноза.....	147
8.3. Проверка вероятностных прогнозов речного стока.....	154
8.4. Оценка эффективности вероятностных прогнозов речного стока.....	162

Глава 9. Примеры представления прогнозов речного стока в вероятностной форме.....	169
9.1 Пример долгосрочного прогнозирования речного стока в вероятностной форме.....	169
9.2. Пример краткосрочного прогнозирования речного стока в вероятностной форме.....	181
Литература.....	189

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

журнала «Труды Гидрометеорологического научно-исследовательского центра Российской Федерации»

1. Статья должна содержать сжатое и ясное изложение современного состояния вопроса, описание методики исследования, изложение и обсуждение полученных автором данных. Статья должна быть озаглавлена так, чтобы название соответствовало ее содержанию.

2. Объем статьи, как правило, не должен превышать 20 страниц текста в формате Microsoft Word с полуторным интервалом, включая список использованных источников, таблицы, рисунки. Объем заказных статей определяется редколлегией.

3. Статья представляется в распечатанном виде с приложением электронной версии и рисунков в отдельных файлах в формате .jpg, .tif (flash-накопитель). Электронный вариант статьи выполняется в текстовом редакторе Microsoft Word и сохраняется с расширением .doc. В имени файла указывается фамилия автора.

4. В комплект статьи должны входить:

- основной текст статьи
- УДК, соответствующий теме статьи;
- сведения об авторах (авторе): фамилия, имя, отчество полностью, учёная степень, должность, название организации, электронный и почтовый адрес, контактный телефон. Для группы авторов необходимо указать, с кем вести переговоры и переписку;

- текст аннотации (не более 12 строк) на русском и английском языках;

- ключевые слова на русском и английском языках

- название статьи, фамилии и инициалы авторов на английском языке;

- иллюстративный материал в виде отдельных файлов в соответствии с нижеприведенными требованиями;

- список подрисуночных подписей;

- акт экспертизы (1 экз.).

5. Текст должен быть напечатан шрифтом Times New Roman 12 кеглем через полуторный интервал на листе форматом А4 с полями: нижнее, верхнее и левое – 25 мм, правое – 15 мм. Выравнивание по ширине. Абзацный отступ 1 см. Не допускается формирование абзацного отступа с помощью пробелов и табуляции. Все слова внутри абзаца разделяются одним пробелом.

Подзаголовки набираются отдельной строкой жирным шрифтом; могут быть пронумерованы или без нумерации (на усмотрение авторов).

Размерность всех физических величин следует указывать в системе единиц СИ. Обозначения единиц физических величин набирают прямым

шрифтом (Па, Вт/м², Дж/(кг·К) и т. д.). Между цифрой и единицей измерения вставляется один пробел; например 5 м/с, 3 %.

Пределы величин приводятся следующим образом: 17–20 мм, от 17 до 20 мм. Кавычки («...»). Не допускается использовать дефис (-) вместо знака тире (–) и минус; цифры 0 и буквы О в надстрочном написании в качестве символа градуса. Дробные части чисел отделяются от целых запятой, а не точкой.

6. *Таблицы* с заголовками размещаются на отдельных страницах после основного текста статьи. Ссылка на таблицу в тексте: в табл. 1. Одновременное использование таблиц и графиков (рисунков) для изложения одних и тех же результатов не допускается. Таблицы следует создавать в режиме таблиц (вставить таблицу). Ширина таблицы не должна быть больше полосы набора текста (книжной или альбомной ориентации). Кегль 11.

Оформление заголовка таблицы:

Таблица 1

Название таблицы

7. *Рисунки* должны быть черно-белыми, представлены на отдельных страницах после основного текста статьи. В текст рисунки не вставлять. Ссылка на рисунок в тексте: на рис. 1.

Рисунки также должны быть подготовлены в отдельных файлах в графических форматах .jpg, .tif (для возможного их редактирования), должны быть четкими, с учетом последующего уменьшения. Все надписи на картах, рисунках, схемах, диаграммах должны быть на русском языке.

Оформление подрисуночной подписи (11 кегль):

Рис. 1. Название рисунка.

8. *Формулы* набираются только с использованием редактора формул Microsoft Equation Editor и имеют следующие размеры: обычный – 12, крупный индекс – 8, мелкий индекс – 6, крупный символ – 24, мелкий символ – 12. Латинские и греческие буквы – курсив; цифры – прямые. Возможно представление простых формул в тексте (не занимающих отдельную строку и не содержащих дробей) без редактора формул, при этом размеры символов в формулах должны соответствовать вышеперечисленным требованиям.

Простые формулы в тексте пишут через косую линию. Математические символы типа sin, ctg, arcsin, lg, max, числа Релея (Re), Россби (Ro) и др. набирают прямым шрифтом. Расшифровка символов формулы дается в той последовательности, в которой они употреблены в формуле.

Необходимо дать расшифровку всех используемых в статье параметров, включая подстрочные и надстрочные индексы, а также всех аббревиатур.

10. *Список использованных источников* должен быть пронумерован и упорядочен по алфавиту (вначале на русском языке, затем на иностранных). Список оформляется по ГОСТ Р 7.0.5-2008. Библиографическая ссылка. Ссылки в тексте приводятся в квадратных скобках [1, 2, 3–8].

11. Подписанная автором (авторами) на первой странице рукопись является оригиналом для печати. Вносить в корректуру статей значительные исправления и дополнения авторам не разрешается.

12. Редакция сохраняет за собой право делать необходимые редакционные исправления.

13. Статьи, поступающие в редакцию журнала, подлежат обязательному независимому рецензированию.

Порядок рецензирования рукописей представлен на сайте: <http://www.meteoinfo.ru/review-order>

14. В случае возвращения статьи автору для переработки датой поступления считается дата получения редакцией окончательного текста.

15. Плата с авторов, в том числе аспирантов, за публикацию рукописей не взимается.

Гидрометеорологические прогнозы

**ТРУДЫ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО НАУЧНО-
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Специальный выпуск
355**

С.В. Борш, А.В. Христофоров

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПРОГНОЗОВ РЕЧНОГО СТОКА

Адрес: 123242 Москва, Большой Предтеченский переулок, д.11-13
Телефон: (499) 252-34-48, факс: (499) 255-15-82
e-mail: hmc@mecom.ru
web site: <http://www.meteoinfo.ru>

Подписано в печать 24.07.2015. Формат 60×84/16
Печать офсетная. Печ. л. 12,5. Тираж 300 экз. Заказ № 151087
Отпечатано в типографии «ТРИАДА ЛТД»
125130, Москва, ул. Клары Цеткин, д. 33
тел./факс: (495) 617-11-98
www.triadald.ru