

ВЕРОЯТНОСТНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ И УРОВНЕЙ ВОДЫ И КРИТИЧЕСКИХ ОСАДКОВ НА РЕКАХ ЧЕРНОМОРСКОГО ПОБЕРЕЖЬЯ КАВКАЗА

П.А. Белякова, С.В. Борщ, А.В. Христофоров, Н.М. Юмина

*Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации
moshyd@mecom.ru*

Введение

В рамках реализации технического проекта «Система раннего предупреждения об опасных явлениях на территории Северо-Кавказского федерального округа, подсистема гидрологических наблюдений и прогнозирования» отделом речных гидрологических прогнозов Гидрометцентра России разработана система методик вероятностного прогнозирования максимальных расходов и уровней воды и критических осадков на реках Черноморского побережья Кавказа. Методики получены для шести створов: р. Мзымта – п. Красная Поляна; р. Мзымта – п. Казачий Брод; р. Сочи – с. Пластунка; р. Сочи - г. Сочи; р. Туапсе – г. Туапсе; р. Вулан – п. Архипо-Осиповка. Для каждого створа назначено несколько критических уровней воды, соответствующих различным уровням опасности. По данным гидрометрических наблюдений определены соответствующие значения критических расходов воды. Задача вероятностного прогнозирования максимальных расходов и уровней воды состоит в определении вероятности превышения их критических значений в течение следующих суток и в течение следующих пяти суток после даты составления прогноза. Задача вероятностного прогнозирования критических осадков состоит в определении такого слоя осадков за следующие после даты составления прогноза сутки, при котором критические значения уровней и расходов воды будут превышены с заданной вероятностью. Вероятностный подход в наибольшей степени отвечает специфике предупреждения об опасных паводках и соответствует современным тенденциям в гидрометеорологии [4, 9, 10].

Для каждого из указанных створов были разработаны методики получения календарного прогноза максимальных расходов и уровней воды с заблаговременностью одни сутки. Они изложены в статье того же авторского коллектива, помещенной в настоящий сборник. В их основе лежит модель формирования талого и дождевого стока рек Черноморского побережья Кавказа. Модель учитывает природные особенности рассматриваемого региона и предусматривает использование данных гидрометрических наблюдений в замыкающем створе, данных метеорологических наблюдений на

расположенной в пределах водосбора метеостанции и метеорологических прогнозов слоя осадков и средней температуры приземного слоя воздуха. Модель включает определение среднего по всему водосбору суточного слоя поступления талых и дождевых вод, индекса увлажнения водосбора и максимально возможного слоя поступления влаги в почву, расхода склонового стока с различных по степени влагопроницаемости участков водосбора, максимального расхода воды в замыкающем створе в течение ожидаемых суток. Модель определяет схему получения максимального расхода воды $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ для суток $t+1$ при составлении прогноза в 19.00 суток t . В качестве предикторов используются фактически наблюдавшиеся максимальные расходы воды $Q_{max}(t)$ и $Q_{max}(t-1)$, суточный слой осадков $P(t)$ и средняя температура воздуха $T(t)$, а также прогнозируемые на сутки $t+1$ значения $P(t+1)$ и $T(t+1)$. Для всех шести водосборов в качестве оптимальной была выбрана прогностическая зависимость, которую в настоящей статье удобно представить в линейном относительно $P(t+1)$ виде:

$$\tilde{Q}_{max}(t+1) = A(t)P(t+1) + B(t) \quad (1)$$

где

$$A(t) = a_5[T(t+1)-2]^2 + a_6[T(t+1)-2] + a_7; \quad (2)$$

$$B(t) = a_0 + a_1Q_{max}(t) + a_2Q_{max}(t-1) + a_3T^2(t+1) + a_4T(t+1) + a_8T^2(t) + a_9T(t) + a_{10}P(t)[T(t)-2]^2 + a_{11}P(t)[T(t)-2] + a_{12}P(t).$$

При отрицательных температурах их значения заменяются нулем. При температурах выше некоторой T_{max} их значения заменяются значением T_{max} . При температурах ниже 2°C соответствующие по времени осадки заменяются нулем. Нумерация параметров – та же, что и упомянутой выше статье. Параметры оценивались методом наименьших квадратов для каждой половины месяца по данным ежедневных гидрометрических и метеорологических наблюдений за 9–20 лет. Показатель эффективности (отношение средних квадратических погрешностей предлагаемой методики и инерционного прогноза) при точно прогнозируемых значениях $P(t+1)$ и $T(t+1)$ равен 0,60–0,65 [6]. Переход от максимальных расходов к уровням воды – по соответствующим кривым $Q(H)$.

Вероятностное прогнозирование максимальных расходов и уровней воды на одни сутки

Соответствующие различным уровням опасности критические значения уровня воды были заданы заранее для каждого из шести речных створов. Переход к критическим расходам воды осуществлялся с помощью уточненных за последние годы кривых $Q(H)$. Для створа р. Мзымта у п. Красная Поляна критические значения уровня $H_{кр}$ и расхода воды $Q_{кр}$ помещены в табл. 1.

Таблица 1

Критические уровни воды над «0» графика поста и соответствующие им расходы воды в створе р. Мзымта – п. Красная Поляна

Уровень опасности	$H_{кр}$, см	$Q_{кр}$, м ³ /с
Отметка затопления поймы	290	210
Отметка для подачи штормовых телеграмм	360	370
Отметка неблагоприятного явления	400	475
Отметка опасного явления	430	550

Для каждого водосбора вероятности превышения критических расходов и уровней воды в течение каждого месяца и всего года были рассчитаны по многолетним рядам гидрометрических наблюдений за 35–80 лет в соответствии с действующими нормативами [4]. В табл. 2 для р. Мзымта – п. Красная Поляна помещены значения параметров распределения вероятностей и расчетные обеспеченности критических расходов воды для всего года и для трех месяцев - февраля (зима и время проведения Зимней Олимпиады 2014), мая (снеговое половодье) и ноября (сезон дождевых паводков).

Таблица 2

Вероятности превышения критических значений расхода воды, %, для р. Мзымта – п. Красная Поляна

Период	\bar{Q}_{max}	C_V	C_S/C_V	$Q_{кр} =$ 210 м ³ /с	$Q_{кр} =$ 370 м ³ /с	$Q_{кр} =$ 475 м ³ /с	$Q_{кр} =$ 550 м ³ /с
Год	178	0,40	3	25,5%	2,4 %	0,45 %	0,18 %
Февраль	40	0,80	3	0,25%	0,01 %	0,00 %	0,00 %
Май	161	0,30	4	14 %	0,25 %	0,02 %	0,01 %
Ноябрь	93	0,75	3	6,8 %	0,8 %	0,25 %	0,1 %

Как и следовало ожидать, вероятности превышения критических расходов в течение года выше, чем для каждого месяца. В условиях зимней межени в феврале невелика

вероятность превышения даже $Q_{кр} = 210 \text{ м}^3/\text{с}$, соответствующего отметке уровня затопления поймы. В мае сказывается высокая водность р. Мзымта во время половодья, и такая вероятность достаточно велика, но она быстро снижается при переходе к более высоким критическим значениям расхода воды. В ноябре сказывается высокая изменчивость паводочного стока, скорость такого снижения значительно ниже и даже для соответствующего опасной отметке уровня воды расхода $Q_{кр} = 550 \text{ м}^3/\text{с}$ вероятность его превышения значима.

В настоящем разделе в зависимости от располагаемой на дату составления прогноза t информации о водности реки и ходе метеорологических факторов речного стока определяется условная вероятность $P_{кр}(t+1)$ превышения критических уровней $H_{кр}$ и расходов воды $Q_{кр}$ в течение следующих суток $t+1$. Необходимость в таком вероятностном прогнозировании обусловлена случайными ошибками прогнозирования и спецификой мероприятий по защите населения и хозяйственных объектов от опасных паводков. Наличие достаточно надежных зависимостей $Q(H)$ позволяет в дальнейшем решать все связанные с прогнозированием максимального стока задачи только для расходов воды.

При разработке методики календарного прогноза максимальных расходов воды на одни сутки вся располагаемая на дату составления вероятностного прогноза t вся гидрометеорологическая информация была использована с максимальной подробностью. Для всех шести водосборов коэффициент корреляции между прогнозируемыми $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ и фактическими $Q_{max}(t+1)$ значениями максимальных расходов воды достаточно велик и превышает 0,8. Исходя из этого, в предлагаемой методике вероятностного прогнозирования используется положение о том, что вся имеющаяся на дату составления вероятностного прогноза t информация определяется значением прогноза максимального расхода воды $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ по формулам (1)–(3). Таким образом, искомая условная вероятность выражается в виде:

$$P_{кр}(t+1) = P_{кр}(\tilde{Q}_{max}) = P\{Q_{max}(t+1) > Q_{кр} \mid \tilde{Q}_{max}(t+1)\}. \quad (4)$$

Использование формулы (4) возможно, если известно условное распределение вероятностей фактической величины максимального расхода воды $Q_{max}(t+1)$ при заданном значении его прогноза $\tilde{Q}_{max}(t+1)$. Связь между этими величинами тесная, но неоднозначная за счет ошибок прогноза. Эти ошибки обусловлены погрешностью исходных данных

наблюдений, неучтенными факторами формирования стока, неполной адекватностью прогностической зависимости и статистической погрешностью оценок ее параметров.

Статистический анализ ошибок прогнозирования максимальных расходов воды привел к следующим выводам.

1. Разность $Q_{max}(t+1) - \tilde{Q}_{max}(t+1)$ подчиняется достаточно сложному распределению вероятностей с нулевым средним и дисперсией, зависящей от прогноза $\tilde{Q}_{max}(t+1)$.

2. Характеризующую относительную погрешность прогноза случайную величину

$$\varepsilon(t+1) = \frac{Q_{max}(t+1)}{\tilde{Q}_{max}(t+1)}$$

можно считать не зависящей от $\tilde{Q}_{max}(t+1)$.

3. Случайная величина $\varepsilon(t+1)$ может быть описана логнормальным распределением вероятностей, то есть ее логарифм $\ln \varepsilon(t+1)$ можно считать нормальной случайной величиной [3].

4. Математическое ожидание нормальной случайной величины $\ln \varepsilon(t+1)$ можно считать равным нулю.

5. При получении несмещенной оценки дисперсии σ_{ln}^2 величины $\ln \varepsilon(t+1)$ необходимо учитывать соотношение между числом параметров k прогностической зависимости (в рассмотренном случае $k=13$) и числом использованных для оценки этих параметров наблюдений n (для шести водосборов $n=112-320$) в соответствии с рекомендациями работы [7].

6. При получении оценки σ_{ln}^2 необходимо учитывать автокорреляцию суточных колебаний величины $\ln \varepsilon(t+1)$ и использовать оценку коэффициента корреляции r_1 между $\ln \varepsilon(t+1)$ и $\ln \varepsilon(t+2)$ в соответствии с рекомендациями работы [8].

7. Среднее квадратическое отклонение σ_{ln} следует оценивать по формуле

$$\sigma_{ln} = \sigma_{ln}^* \left[1 - \frac{1}{n} \left(\frac{1+r_1}{1-r_1} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{n-1}{n-k-1}, \quad (5)$$

где $(\sigma_{ln}^*)^2$ – стандартная статистическая оценка дисперсии нормальной случайной величины $\ln \varepsilon(t+1)$.

В табл. 3 для р. Мзымта – п. Красная Поляна помещены осредненные для каждого месяца статистические оценки математического ожидания m_{ln}^* , среднего квадратического отклонения σ_{ln}^* и коэффициента автокорреляции r_1 величин логарифма относительных ошибок прогноза $\ln \varepsilon(t+1)$, а также рассчитанные по формуле (5) значения σ_{ln} .

Характеристики логарифмов относительных ошибок прогноза для р. Мзымта – п. Красная Поляна

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
n	153	193	217	238	248	240	248	248	240	248	240	248
m_{ln}^*	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,02	-0,05	-0,07	-0,13	-0,08	-0,04
σ_{ln}^*	0,14	0,14	0,16	0,14	0,12	0,11	0,17	0,29	0,31	0,38	0,31	0,28
r_l	0,10	0,15	0,15	0,23	0,06	0,12	0,02	-0,02	0,00	0,26	0,23	0,19
σ_{ln}	0,15	0,15	0,17	0,15	0,13	0,12	0,18	0,31	0,34	0,41	0,33	0,30

Нормальность распределения вероятностей величины $\ln \varepsilon(t+1)$ и ее независимость от прогноза $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ позволяет достаточно просто находить искомую вероятность $P_{кр}(t+1) = P_{кр}(\tilde{Q}_{max})$:

$$P_{кр}(\tilde{Q}_{max}) = 1 - \Phi \left[\frac{\ln Q_{кр} - \ln \tilde{Q}_{max}(t+1)}{\sigma_{ln}} \right], \quad (6)$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа нормального распределения вероятностей с нулевым средним и единичной дисперсией

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (7)$$

Для того чтобы получить вероятность превышения критического расхода воды $Q_{кр}$, необходимо с помощью формул (1)–(3) получить календарный прогноз $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ и подставить его значение в формулу (6).

На рис. 1 для р. Мзымта – п. Красная Поляна для трех месяцев – февраля (зима и время проведения Зимней Олимпиады 2014), мая (снеговое половодье) и ноября (сезон дождевых паводков) приведены графики функции $P_{кр}(\tilde{Q}_{max})$, определяющей вероятностный прогноз максимальных расходов и уровней воды на одни сутки.

При сравнении прогностических вероятностей $P_{кр}(\tilde{Q}_{max})$ для разных месяцев обращает на себя внимание то, что при одних и тех же значениях суточного прогноза максимального расхода воды \tilde{Q}_{max} вероятность превышения критических расходов воды $P_{кр}(\tilde{Q}_{max})$ максимальна осенью, в период прохождения дождевых паводков. Это подтверждают более

высокие значения σ_{ln} для осенних месяцев в табл. 3. и сравнение графиков прогностических вероятностей $P_{кр}(\tilde{Q}_{max})$ ноября с другими месяцами.

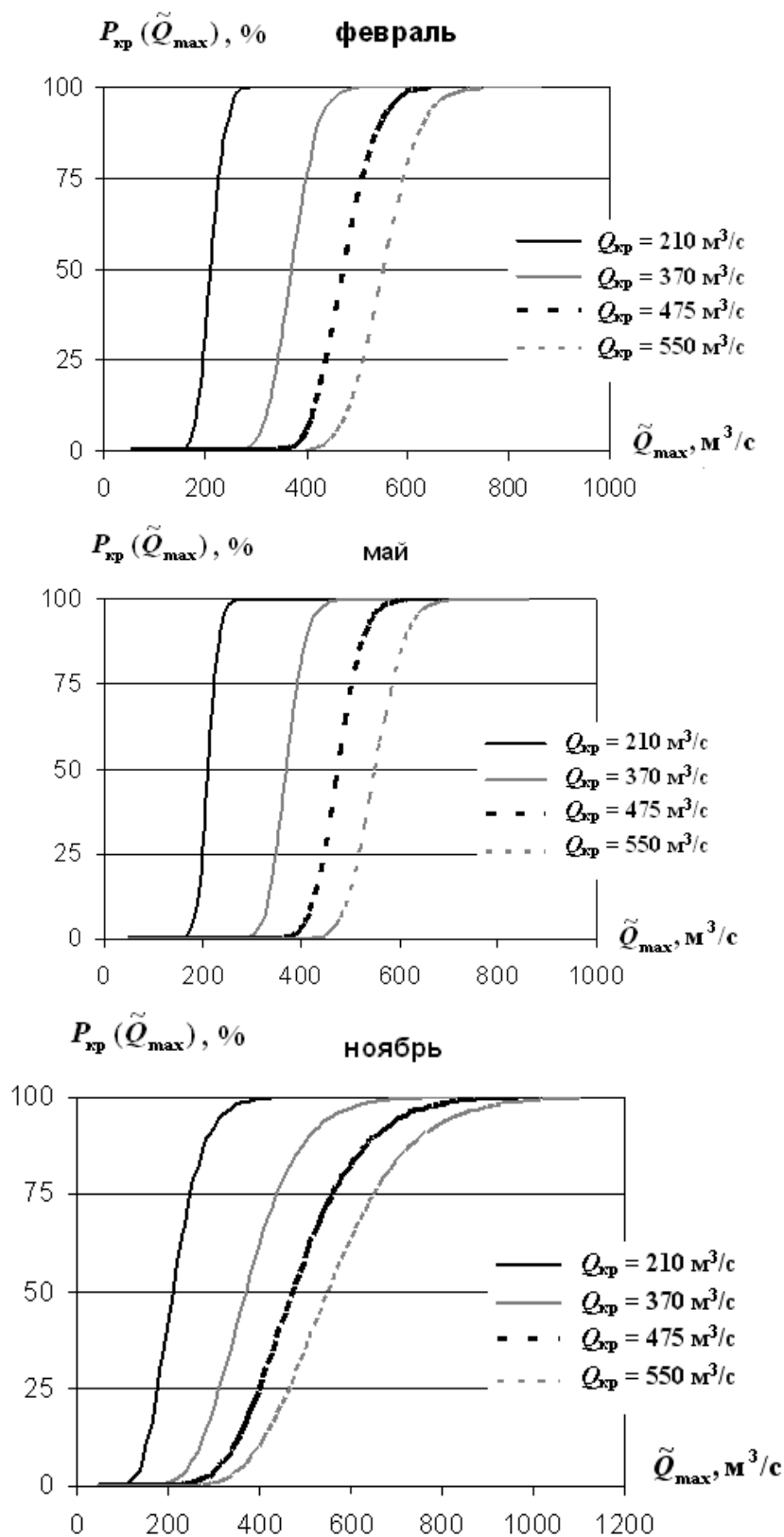


Рис. 1. Графики прогностических вероятностей $P_{кр}(\tilde{Q}_{max})$ для февраля, мая и ноября для р. Мзымта – п. Красная Поляна.

Вероятностное прогнозирование критических осадков на одни сутки

Проверка показала, что для всех шести водосборов прогнозы суточного слоя ожидаемых осадков $P(t+1)$ могут содержать значительные ошибки. Для системы оповещения об опасных паводках на реках Черноморского побережья Кавказа большой практический интерес представляют критические осадки, при выпадении которых такие паводки могут сформироваться. В связи с этим предлагается способ прогнозирования на одни сутки критического слоя осадков на соответствующих каждому водосбору метеостанциях, при котором в соответствующем речном створе возникает реальная угроза достижения критических расходов и уровней воды. Слой критических осадков предлагается прогнозировать при известных на дату составления прогноза t текущих и предшествующих значениях максимального расхода воды, осадков и среднесуточной температуры и при вполне надежно прогнозируемом значении средней за сутки $t+1$ температуры воздуха $T(t+1)$. Таким образом, входящие в формулу (1) выпуска прогноза $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ и определяемые формулами (2) и (3) значения $A(t)$ и $B(t)$ считаются известными на дату t составления прогноза. Они характеризуют предстоящие условия формирования максимального расхода воды $Q_{max}(t+1)$, за исключением получаемого с помощью метеорологических прогнозов ожидаемого суточного слоя осадков $P(t+1)$.

Из формулы (1) следует, что прогнозируемый максимальный расход воды $\tilde{Q}_{max}(t+1)$ достигает критического значения $Q_{кр}$ при критических осадках $\tilde{P}_{кр}(t+1)$, равных

$$\tilde{P}_{кр}(t+1) = \frac{Q_{кр} - B(t)}{A(t)}. \quad (8)$$

Формула (8) определяет календарный прогноз критических осадков $\tilde{P}_{кр}(t+1)$ на одни сутки. В табл. 4 для р. Мзымта – п. Красная Поляна помещены средние значения суточных критических осадков $\tilde{P}_{кр}$ для февраля, мая и ноября. Там же для сравнения помещены максимальные значения P_{max} , мм, фактически наблюдавшиеся на метеостанции Красная Поляна. При подсчете $\tilde{P}_{кр}$ значения $A(t)$ и $B(t)$ усреднялись для каждого месяца. Это соответствует ситуации, когда, за исключением текущих осадков, все остальные характеристики условий формирования максимального расхода воды считаются средними для данного месяца.

Среднемесячные значения критических осадков за сутки $\tilde{P}_{кр}$, мм,
для м.с. Красная Поляна

	\bar{A}	\bar{B}	$\tilde{P}_{кр}$				P_{max}
			$Q_{кр} = 210 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 370 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 475 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 550 \text{ м}^3/\text{с}$	
Февраль	0,25	15,7	764	1393	1806	2100	41
Май	0,75	85,7	165	378	518	618	127
Ноябрь	0,73	29,8	247	466	609	712	76

Данные табл. 4 показывают, что за исключением майского значения $\tilde{P}_{кр}$ при $Q_{кр} = 210 \text{ м}^3/\text{с}$ все критические значения осадков намного больше фактически наблюдавшихся максимумов. Это свидетельствует о том, что максимальный сток p . Мзымта определяется всей совокупностью факторов его формирования, а не только осадками за текущие сутки.

При вероятностном прогнозировании критических осадков необходимо учитывать заранее заданную вероятность риска превышения критических расходов и уровней воды в течение последующих суток $t+1$. Для каждого значения критических расходов воды эта вероятность p может задаваться равной 1–50 % или каким-либо другим значениям. Из формулы (6) выпуска вероятностного прогноза максимальных расходов воды следует, что вероятность превышения критического расхода $Q_{кр}$ равна заданной вероятности риска p , если выполняется соотношение

$$\frac{\ln Q_{кр} - \ln \tilde{Q}_{max}(t+1)}{\sigma_{ln}} = X_p, \quad (9)$$

где X_p – квантиль нормального распределения вероятности превышения p . Значения X_p приведены в табл. 5 [2].

Таблица 5

Значения квантиля X_p обеспеченности p нормального распределения вероятностей

$p, \%$	1	5	10	20	30	40	50
X_p	2,326	1,645	1,282	0,842	0,524	0,253	0,000

С учетом формул (1) и (9) соответствующее вероятности риска p значение ожидаемых критических осадков $\tilde{P}_{кр,p}(t+1)$ определяется соотношением

$$\tilde{P}_{кр,p}(t+1) = \frac{Q_{кр} \cdot \exp(-X_p \cdot \sigma_{ln}) - B(t)}{A(t)}. \quad (10)$$

Для того чтобы получить вероятностный прогноз критических осадков на одни сутки, необходимо:

- с помощью формул (2) и (3) получить известные на дату t составления прогноза значения $A(t)$ и $B(t)$;

- выбрать вероятность риска p превышения критических расходов и уровней воды в течение последующих суток $t+1$;

- определить по табл. 5 соответствующее значение X_p ;

- применить формулу (10) для каждого критического расхода воды $Q_{кр}$.

Таким образом, критический суточный слой атмосферных осадков определяется, исходя из заданной вероятности превышения критических расходов и уровней воды в течение следующих после даты составления прогнозов суток при известных значениях остальных предикторов, используемых при составлении календарного прогноза максимального стока. Если вероятность риска p равна 50 %, то $X_p = 0$ и формула (10) превращается в формулу (8). Соответствующее вероятности риска 50 % значение $\tilde{P}_{кр,50\%}(t+1)$ совпадает с рассмотренным выше календарным прогнозом критических осадков $\tilde{P}_{кр}(t+1)$.

В табл. 6 для р. Мзымта – п. Красная Поляна помещены средние значения суточных критических осадков $\tilde{P}_{кр,5\%}$ для февраля, мая и ноября, соответствующие вероятности риска $p = 5\%$.

Сравнение табл. 4 и 6 показывает, насколько вероятностный прогноз критических осадков при $p = 5\%$ меньше, чем при $p = 50\%$, то есть при их календарном прогнозе.

Среднемесячные значения суточных критических осадков $\tilde{P}_{кр,5\%}$, мм, при $p = 5\%$.

для м.с. Красная Поляна

	\bar{A}	\bar{B}	$\tilde{P}_{кр,5\%}$			
			$Q_{кр} = 210 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 370 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 475 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 550 \text{ м}^3/\text{с}$
Февраль	0,25	15,7	629	1155	1500	1747
Май	0,75	85,7	128	312	432	519
Ноябрь	0,73	29,8	150	295	391	459

Вероятностное прогнозирование максимальных расходов и уровней воды на пять суток

В связи с необходимостью подготовки мероприятий по защите населения и хозяйственных объектов от опасных паводков с максимальной заблаговременностью решается следующая задача – в зависимости от располагаемой на дату составления прогноза t информации о водности реки и ходе метеорологических факторов речного стока определить вероятность превышения критических уровней и расходов воды в течение следующих пяти суток $t+1, \dots, t+5$.

В связи с этим необходимо принимать во внимание следующие обстоятельства.

1. Для рек Черноморского побережья Кавказа атмосферные осадки являются важнейшим фактором не только при формировании дождевого стока, но и в период половодья [5]. Однако заблаговременность их достаточно точного прогнозирования не превышает одних суток.

2. Надежный прогноз одной только приземной температуры воздуха недостаточен для характеристики ожидаемых условий формирования стока даже в период формирования талого стока [1].

3. Малые размеры и большие уклоны рассматриваемых водосборов приводят к очень быстрому формированию речного стока. В этих условиях роль известных на дату составления прогноза t и прогнозируемых на дату $t+1$ осадков и температуры воздуха стремительно падает с ростом заблаговременности прогноза.

4. В течение всего года максимальный расход воды предшествующих суток $Q_{max}(t)$ является главным предиктором при прогнозировании $Q_{max}(t+1)$. Имеет место

статистически достоверная корреляция между известными на дату составления прогноза максимальными расходами воды $Q_{max}(t)$ и последующими значениями $Q_{max}(t+1)$, ..., $Q_{max}(t+5)$. Несмотря на возможность прохождения кратковременных высоких паводков, коэффициент корреляции между $Q_{max}(t)$ и $Q_{max}(t+5)$ равен 0,3–0,5.

С учетом этих обстоятельств было принято решение составлять вероятностный прогноз максимальных расходов и уровней воды на пять суток только с учетом известного на дату составления прогноза максимального расхода $Q_{max}(t)$.

Обозначим через $Q_{max,5}(t) = \max[Q_{max}(t+1), \dots, Q_{max}(t+5)]$ наибольший из максимальных расходов воды за сутки $t+1, \dots, t+5$. Тогда поставленная задача состоит в определении условной вероятности $P_{кр,5}(t)$ превышения величиной $Q_{max,5}(t)$ критического расхода воды $Q_{кр}$ при известном значении $Q_{max}(t)$:

$$P_{кр,5}(t) = P\{Q_{max,5}(t) > Q_{кр} \mid Q_{max}(t)\}. \quad (11)$$

Специфика предупреждения об опасных паводках требует, чтобы определяемая формулой (11) вероятность ни в коем случае не была бы заниженной. В то же время некоторое завышение возможной угрозы прохождения опасного паводка представляется вполне оправданным. Исходя из этого, в целях подстраховки используется предположение о том, что в течение пяти суток после даты составления такого прогноза водность реки увеличится, то есть последующие значения максимальных расходов воды $Q_{max}(t+1)$, ..., $Q_{max}(t+5)$ окажутся больше текущего значения $Q_{max}(t)$.

Обозначим через $\Delta_6(t)$ амплитуду изменения максимальных расходов воды в течение шести суток $t, t+1, \dots, t+5$, включая дату составления прогноза и период его заблаговременности. Она равна разности между наибольшим и наименьшим значениями максимальных расходов воды за сутки $t, t+1, \dots, t+5$. В предположении, что последующие значения максимальных расходов воды $Q_{max}(t+1), \dots, Q_{max}(t+5)$ окажутся больше текущего значения, наименьшее значение равно $Q_{max}(t)$, а наибольшее $Q_{max,5}(t)$. В результате амплитуда $\Delta_6(t)$ определяется формулой:

$$\Delta_6(t) = Q_{max,5}(t) - Q_{max}(t). \quad (12)$$

Выполненный для всех рассматриваемых водосборов анализ корреляции между величинами $\Delta_6(t)$ и $Q_{max}(t)$ показал, что в условиях прохождения высоких паводков она существенно снижается. Например, для р. Мзымта – п. Красная Поляна в разные месяцы

коэффициент корреляции между $\Delta_6(t)$ и $Q_{max}(t)$ варьирует от 0,18 до 0,67, а при прохождении высоких паводков с максимальными расходами воды более 30 м³/с – от 0 до 0,16. Таким образом, в условиях реальной опасности формирования опасных паводков, при которых вероятностное прогнозирование максимальных расходов воды актуально, зависимостью между величинами $\Delta_6(t)$ и $Q_{max}(t)$ можно пренебречь. Такое предположение является дополнительной подстраховкой, так как безусловное распределение вероятностей в среднем отличается большей дисперсией и более высокими вероятностями превышения экстремальных значений, чем безусловное [7].

С учетом соотношения (12) и используемого в качестве подстраховки предположения о независимости случайных величин $\Delta_6(t)$ и $Q_{max}(t)$ определяемая формулой (11) искомая условная вероятность $P_{кр,5}(t)$ превышения величиной $Q_{max,5}(t)$ критического расхода воды $Q_{кр}$ при известном значении $Q_{max}(t)$ выражается в виде:

$$P_{кр,5}(t) = P\{\Delta_6(t) > Q_{кр} - Q_{max}(t)\}. \quad (13)$$

Статистический анализ амплитуды $\Delta_6(t)$ изменения максимальных расходов воды в течение шести суток был выполнен для каждого речного створа на основе данных многолетних гидрометрических наблюдений продолжительностью 35–80 лет. Переход от ежедневных среднесуточных расходов воды к максимальным осуществлялся с помощью среднего для каждого водосбора переходного коэффициента согласно [4, 9]. Выполненный анализ привел к следующим выводам.

1. Случайная величина $\Delta_6(t)$ может быть описана логнормальным распределением вероятностей, то есть ее логарифм $\ln \Delta_6(t)$ можно считать нормальной случайной величиной.

2. При оценке математического ожидания $m_{\ln \Delta}(t)$ и среднего квадратического отклонения $\sigma_{\ln \Delta}(t)$ ежедневных значений $\ln \Delta_6(t)$ по многолетним рядам гидрометрических наблюдений необходимо учитывать математическое ожидание и дисперсию логарифмов переходного коэффициента от среднесуточных значений к срочным максимумам расхода воды.

На рис. 2 и 3 приведены графики внутригодового хода величин $m_{\ln \Delta}(t)$ и $\sigma_{\ln \Delta}(t)$ для р. Мзымта – п. Красная Поляна.

Эти рисунки наглядно отражают особенности водного режима р. Мзымта – максимум расходов воды в период половодья с марта по июнь и максимум их изменчивости в паводочный период с июля по декабрь.

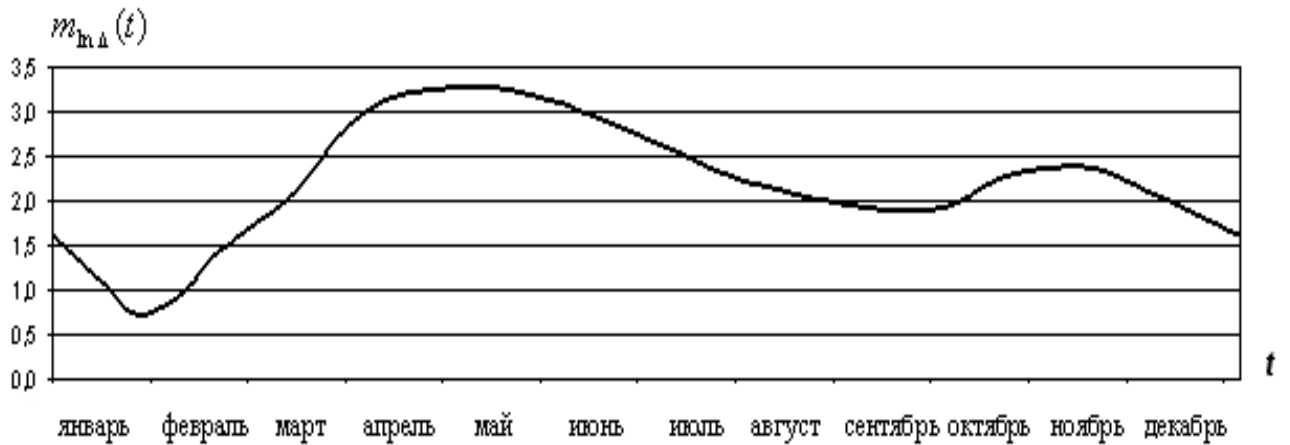


Рис. 2. График внутригодового распределения среднего значения логарифма амплитуды колебаний максимальных расходов воды за шесть суток $m_{\ln\Delta}(t)$ для р. Мзымта – п. Красная Поляна.

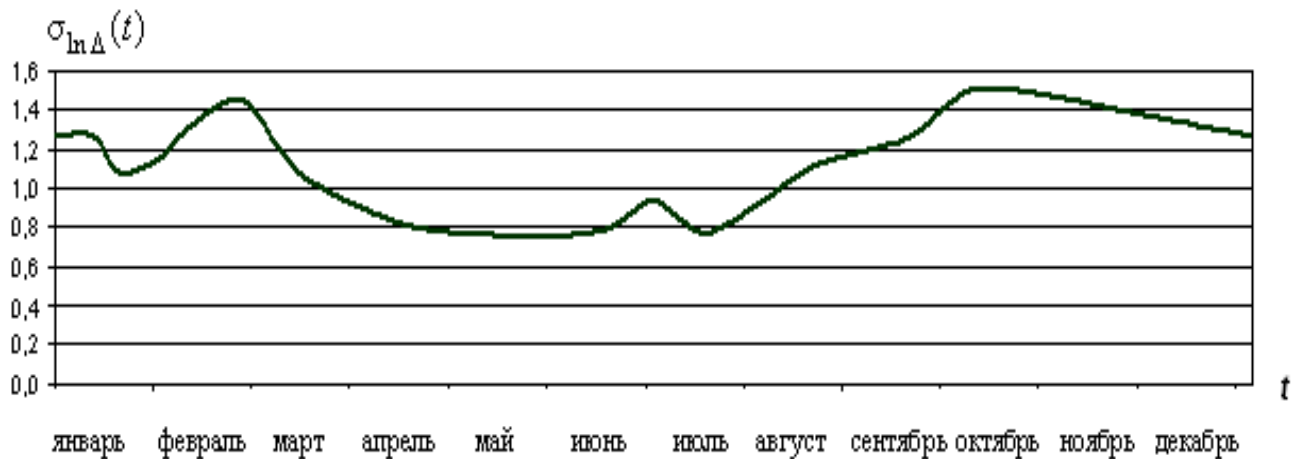


Рис. 3. График внутригодового распределения среднего квадратического отклонения логарифма амплитуды колебаний максимальных расходов воды за шесть суток $\sigma_{\ln\Delta}(t)$ для р. Мзымта – п. Красная Поляна.

При логнормальном распределении вероятностей амплитуды колебаний максимальных расходов воды за шесть суток $\Delta_6(t)$ с заданными для каждого $t = 1, \dots, 365$ (в високосные годы – 366) параметрами $m_{\ln\Delta}(t)$ и $\sigma_{\ln\Delta}(t)$ определяемая формулой (13) искомая условная вероятность $P_{кр,5}(t)$ превышения максимальным расходом воды в течение следующих пяти

суток критического значения $Q_{кр}$ при известном на дату составления вероятностного прогноза значения $Q_{max}(t)$ определяется с помощью функции Лапласа (7) в виде:

$$P_{кр,5}(t) = 1 - \Phi \left\{ \frac{\ln \left[\frac{Q_{кр} - Q_{max}(t)}{\sigma_{ln\Delta}(t)} \right] - m_{ln\Delta}(t)}{\sigma_{ln\Delta}(t)} \right\}. \quad (14)$$

В табл. 7 для р. Мзымта – п. Красная Поляна помещены средние значения вероятности $\bar{P}_{кр,5}$ для февраля, мая и ноября. Использовались средние для каждого месяца значения математического ожидания $\bar{m}_{ln\Delta}$ и среднего квадратического отклонения $\bar{\sigma}_{ln\Delta}$ логарифмов амплитуды колебания максимальных расходов воды за шесть суток. В качестве $Q_{max}(t)$ принимались средние для каждого месяца значения суточного максимума расхода воды \bar{Q}_{max} .

Таблица 7

Средняя вероятность $\bar{P}_{кр,5}$ (%) превышения критических значений расхода воды $Q_{кр}$ в течение следующих пяти суток после равного \bar{Q}_{max} суточного максимума

Месяц	\bar{Q}_{max}	$\bar{m}_{ln\Delta}$	$\bar{\sigma}_{ln\Delta}$	$Q_{кр} = 210 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 370 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 475 \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{кр} = 550 \text{ м}^3/\text{с}$
Февраль	31	1,3	1,3	0,14%	0,03%	0,01%	0,00%
Май	133	3,2	0,75	6,3%	0,13%	0,02%	0,01%
Ноябрь	91	2,4	1,4	4,46%	1,04%	0,55%	0,39%

Помещенные в табл. 7 значения $\bar{P}_{кр,5}$ показывают, что в условиях зимней межени в феврале невелика вероятность превышения даже $Q_{кр} = 210 \text{ м}^3/\text{с}$, соответствующего отметке уровня затопления поймы. В мае сказывается высокая водность р. Мзымта во время половодья и такая вероятность достаточно велика, но она быстро снижается при переходе к более высоким критическим значениям расхода воды. В ноябре из-за высокой изменчивости паводкового стока скорость такого снижения значительно меньше и даже для соответствующего опасной отметке уровня воды расхода $Q_{кр} = 550 \text{ м}^3/\text{с}$ вероятность его превышения достаточно велика.

Заключение

Вероятность превышения критических расходов и уровней воды в течение следующих после даты составления прогнозов суток предлагается определять в зависимости от

предварительно полученного календарного прогноза максимального расхода с использованием предположения о логнормальном распределении вероятностей относительной ошибки этого прогноза.

Критический суточный слой атмосферных осадков, при котором в течение следующих после даты составления прогнозов суток максимальные расходы и уровни воды могут превысить свои критические отметки с заданной вероятностью, может определяться на основе предлагаемой методики вероятностного прогнозирования максимального стока.

Вероятность превышения критических расходов и уровней воды в течение следующих пяти суток предлагается определять в зависимости от максимального расхода воды за дату составления прогноза с использованием предположения о логнормальном распределении вероятностей амплитуды изменения максимальных расходов воды в течение шести суток и ее независимости от этого расхода.

Все предлагаемые методики вероятностного прогнозирования максимальных расходов и уровней воды и критических осадков могут применяться в автоматизированном режиме и использоваться для оперативного предупреждения об опасных наводнениях на реках Черноморского побережья Кавказа.

Список использованных источников

1. *Бефани Н.Ф.* Прогнозирование дождевых паводков на основе территориально общих зависимостей. – Л.: Гидрометеиздат, 1977. – 181 с.
2. *Большев Н.Л., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 416 с.
3. *Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Наука, 1985. – 640 с.
4. *Определение* основных расчетных гидрологических характеристик. СП 33-101-2003. – М.: Госстрой России, 2004. - 72 с.
5. *Панов В.Д., Базелюк А.А., Лурье П.М.* Реки Черноморского побережья Кавказа: гидрография и режим стока. – Ростов-на-Дону: Донской издательский дом, 2012. – 605 с.
6. *Руководство* по гидрологическим прогнозам. Вып. 2. Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 245 с.
7. *Христофоров А.В.* Надежность расчетов речного стока. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – 166 с.
8. *Христофоров А.В.* Теория случайных процессов в гидрологии. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 139 с.

9. *Guide to Hydrological Practices. Volume I. Hydrology – From Measurement to Hydrological Information* // World Meteorological Organization. – Geneva, 2009. – No 168. – 738 p.

10. *Statistical methods in the Atmospheric Sciences* / Ed. R. Dmowska, D. Hartman, H.T. Rossby // Inter. Geoph. Series. – 2011. –Vol. 1. – Oxford, OX51GB, UK. – 668 p.

Поступила в редакцию 13.06.2013 г.