

ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ КОНВЕКТИВНЫХ ОСАДКОВ

К.Д. Василевский, В.П. Садоков

*Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации
vsadokov@metcom.ru*

Введение

Одномерные модели конвекции довольно широко используются в крупномасштабных моделях для описания конвективных облаков и расчета осадков. Такие модели, как правило, стационарны и не могут описать динамику развития конвекции. Как своего рода развитие таких моделей, при этом оставаясь в рамках простых версий, широкое распространение получили нестационарные версии одномерных моделей. Оценка состояния конвекции в таких моделях отличается от стационарного варианта. Если отправляться от некоторого начального [1] состояния для нестационарной модели, то в процессе решения нестационарной задачи будет происходить развитие конвекции и, в конечном итоге, её установление.

Описание модели

Рассмотрим уравнение для вертикальной скорости, в которое добавим производную по времени и вертикальную турбулентность

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial w^2}{\partial z} = Alf - Aw^2 + \frac{\partial}{\partial z} Kt \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (1)$$

Численное решение этого уравнения получим методом расщепления по физическим процессам [3]. При интегрировании в конечных разностях по времени шаг по времени разбивается на два полушага: на первом решаем уравнение (1) без последнего члена, а на втором – уравнение

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} Kt \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1a)$$

Введем конечные разности по времени и по высоте

$$t = n \cdot \Delta t,$$

$$z = k \cdot \Delta z.$$

Представим теперь (1) без турбулентного члена в конечно-разностном виде на полушаге n :

$$\frac{w_{k+1}^n - w_{k+1}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{2DZ} \left((w^2)_{k+1}^n - (w^2)_k^n \right) + A(w^2)_{k+1}^n = Alf. \quad (2)$$

Последний член в левой части (2) описывает эффект вовлечения, и мы берем его в момент n на уровне $k+1$. Неявно берется также второй член в левой части (1).

Alf – член, описывающий подъемную силу (ПС), которая зависит от конвективной устойчивости в окрестности поднимающейся струи влажного воздуха [1].

Введем параметр $\beta = \frac{\Delta t}{2Dz}$ и преобразуем (2) так, чтобы в левой части остались члены на временном шаге n , а остальные перенесем в правую часть уравнения. В итоге получим выражение:

$$\left(w^2(1+A) + \frac{w}{\beta} \right)_{k+1}^n = Alf + \left(w^2 + \frac{w_{k+1}}{\beta} \right)^{n-1} = B. \quad (3)$$

Перепишем (3) в виде

$$\left(w^2 \right)_{k+1}^n (1+A) + \left(\frac{w}{\beta} \right)_{k+1}^n - B = 0. \quad (4)$$

Рассматривая (4) как квадратное уравнение относительно w и учитывая, что $B \gg 1$, запишем решение этого уравнения в виде

$$w_{k+1}^n = \frac{\sqrt{B_i} - 1}{2\beta(1+A)}. \quad (5)$$

Выражение (5) вычисляется в точках, где B положительно.

Решаем теперь уравнение (1а) на следующем полушаге.

Турбулентный член запишем неявно, тогда разностная схема примет вид:

$$a_k * w_{k-1} - b_k * w_k + c_k * w_{k+1} = -f_k, \quad (5a)$$

где $a_k = \frac{Kt_{k-1/2}}{\Delta z_{k-1}}$; $c_k = \frac{Kt_{k+1/2}}{\Delta z_k}$; $b_k = a_k + c_k + \frac{\Delta z_k + \Delta z_{k-1}}{2 \cdot \Delta t}$; $f_k = \frac{\Delta z_k + \Delta z_{k-1}}{2 \cdot \Delta t} w_k^{n-1}$.

Разностное уравнение (5а) решается методом факторизации [3].

При определении вертикальной скорости, если она положительна, предполагается образование элементов облачной среды. Основываясь на уравнениях для удельной влажности q , водности δ , и статистической устойчивости s , которые были использованы в стационарном варианте [1], добавим к ним производную по времени и турбулентные члены.

Тогда нестационарная одномерная часть модели облака без турбулентных членов, как это делалось для вертикальной скорости, примет вид

$$\frac{\partial q}{\partial t} + W = \frac{E}{\rho} (\bar{q} - q) - m, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + W \frac{\partial \delta}{\partial z} = -\frac{E}{\rho} \delta + m - Oc, \quad (7)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + W \frac{\partial s}{\partial z} = -\frac{E}{\rho} (\bar{s} - s) - L \cdot m, \quad (8)$$

где ρ – плотность влажного воздуха; E – вовлечение за счет динамических процессов; m – скорость конденсаций, $m = \frac{dq_H}{dt}$; q_H – насыщающая удельная влажность; $Oc = k[z](\delta - \delta_{rh})$ – часть облачных капель, переходящих в дождевые капли. Черта сверху обозначает величины в окружающем пространстве.

За счет того, что в облаке существует вовлечение и происходит конденсация, удельная влажность в облаке q меньше q_H . Запишем (6) в конечных разностях

$$\frac{q_k^n - q_k^{n-1}}{\Delta t} + W \frac{q_k^n - q_{k-1}^n}{Dz} = \frac{E}{\rho} (\bar{q}_k - q_k)^{n-1} - m. \quad (9)$$

Умножим это выражение на $\frac{Dz}{W}$, тогда получим

$$q_k^n - q_{k-1}^n = \frac{DzE}{\rho W} (\bar{q}_k - q_k)^{n-1} - \frac{Dz}{W} m - \frac{Dz}{W \Delta t} (q_k^n - q_k^{n-1})$$

Далее введем обозначения: $\frac{E \cdot Dz}{\rho W} = \frac{Dz}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial z} = E'$; $\beta = \frac{Dz}{W \cdot \Delta t}$.

Здесь использован результат, полученный в [1], где показано, что $\frac{E}{\rho} = \frac{\partial W}{\partial z}$.

Второй член справа представим в следующем виде [2]:

$$\frac{Dz}{W} \cdot m = \frac{Dz \cdot g}{R_p T_c} \cdot q_H \frac{\left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{L}{R_p T_c} - 1 \right)}{1 + \frac{L^2 \cdot q_H}{R_p c_p \cdot T_c^2}} = C \cdot q_H.$$

В этом выражении знаменатель близок к единице.

В итоге (9) примет вид

$$q_k^n = \frac{1}{1+\beta} [q_{k-1}^n + (\beta - E') \cdot q_k^{n-1} + E' \cdot \bar{q}_k^{n-1} - C \cdot (q_H)_k^{n-1}]. \quad (10)$$

Теперь рассмотрим уравнение (7) в конечных разностях. Проведя аналогичные преобразования, получим

$$\delta_k^n = \frac{1}{1+\beta} [\delta_{k-1}^n + (\beta - E') \cdot \delta_k^{n-1} + C \cdot (q_H)_k^{n-1} - K(z)(\delta_k^{n-1} - \delta_{kp}^{n-1})]. \quad (11)$$

Здесь $E' = \frac{Dz}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial z}$ и учитывается там, где $\frac{\partial W}{\partial z} > 0$, и полагается равной нулю, где $\frac{\partial W}{\partial z} < 0$;

δ_{kp} – критическое значение водности, выше которой образуются дождевые капли.

$$K(z) = co \cdot \Delta \frac{z}{W}, \quad co = 10^3 \text{ (1/с)}.$$

Наконец, уравнение (8) примет вид

$$S_k^n = \frac{1}{1+\beta} [S_{k-1}^n + (\beta - E') \cdot S_k^{n-1} + E' \cdot \bar{S}_k^{n-1} - L[(q_H^{n-1})_k + (q_H^{n-1})_{k-1}]], \quad (12)$$

где L – удельная теплота конденсации.

Наконец, рассчитывается интенсивность осадков P

$$P = \int_0^{Bzo} (K(z) \cdot (\delta_k^n - \delta_{kp}^n) - k_i(q_H - q)) \rho \cdot dz, \quad (13)$$

где $k_i = 10^{-6} (c^{-1})$ – параметр, характеризующий интенсивность испарения капель.

Реализация рассмотренной модели осуществляется следующим образом. В качестве начального состояния для решения нестационарных уравнений принимаются значения параметров, соответствующие внешней среде.

$$t = 0, \quad q = \bar{q}, \quad \delta = 0, \quad S = \bar{S}. \quad (14)$$

Интегрирование по высоте всегда осуществляется снизу вверх с краевыми условиями:

$$Z = 0: \quad q = 0, \quad \delta = 0, \quad S \text{ и } W - \text{ заданы.} \quad (15)$$

Кроме того, надо заметить, что в уравнениях (9)–(11) параметр β содержит вертикальную скорость, которая зависит от времени, поэтому в расчетах об этом следует помнить. После каждого полушага n решается уравнение турбулентного переноса для q , δ и S типа уравнения (5а).

Результаты расчетов показали, что все параметры модели начинают меняться и через некоторое время процесс развития стабилизируется. На рис. 1 приведен пример динамики развития вертикальной скорости, полученный в результате эксперимента с данными от 16 июля 2008 года, станция 27612.

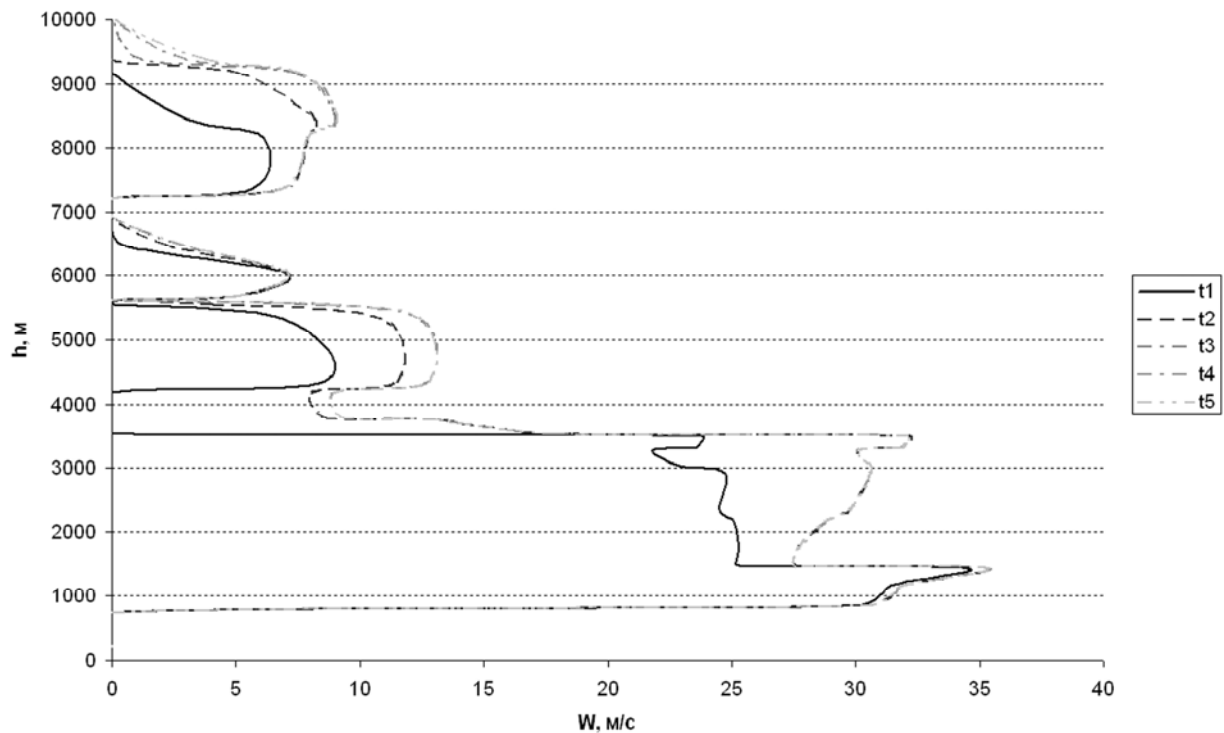


Рис. 1. Динамика развития вертикальной скорости.

Это происходит потому, что в этих расчетах окружающее состояние атмосферы не меняется. Соотношение шагов по времени при интегрировании в облаке и временной шаг, при котором меняются параметры внешней среды, должны быть такими, чтобы период установления конвекции был меньше шага, применяемого при интегрировании внешней среды.

Для определения качества модели выбран путь, при котором производится верификация рассчитанных данных по выпавшим осадкам и фактическим данным.

Сравнение результатов расчета выпавших осадков с фактическими данными

В данном разделе представлены результаты сравнения количества выпавших осадков, полученных с использованием вышеуказанной модели с фактическими данными. Сравнение и верификация модели проводилось для Москвы для периода с 1 мая по 31 июля 2011 года (рис. 2). В этом периоде был отобран ряд случаев, где первоначальным критерием отбора

являлось наличие данных о фактических осадках во время проведения зондирования, то есть в 12 и в 00 ч. Вторым, не менее важным, критерием служило качество данных зондирования. Таким образом был получен массив, состоящий из 30 случаев.

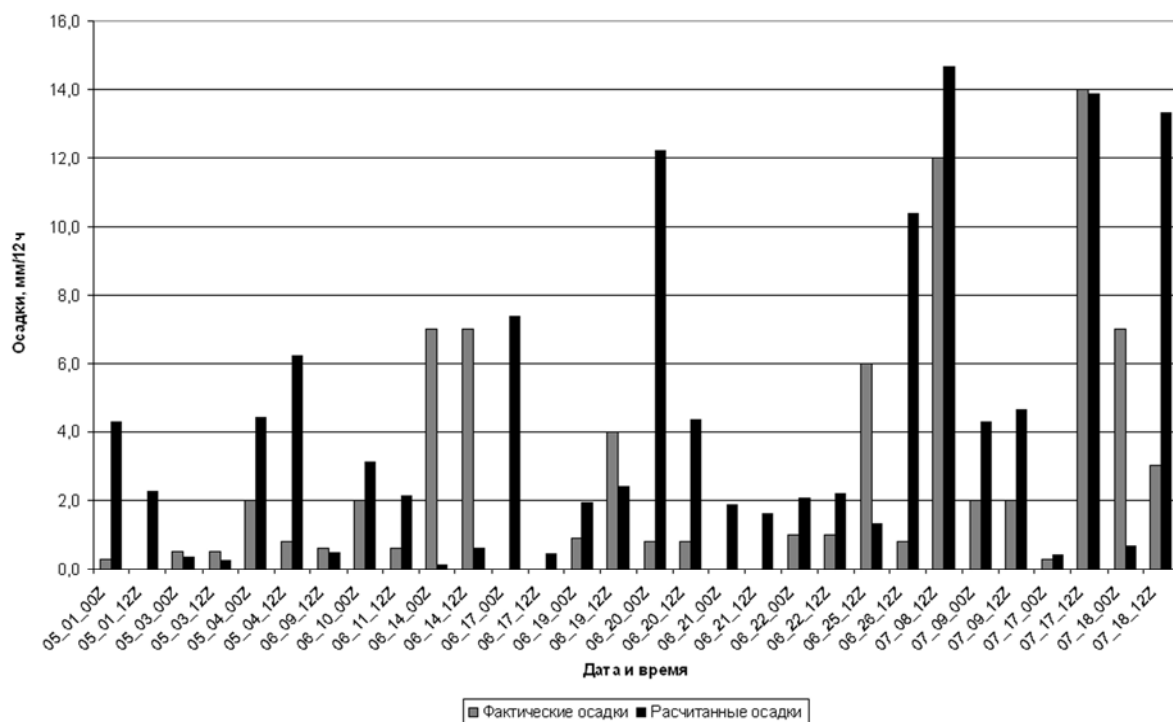


Рис. 2. Осадки в период с 1 мая по 31 июля 2011 г.

В этом исследовании количество осадков рассматривается как переменная, которая получается путем задания различных пороговых значений количества осадков. Стандартный подход состоит в регистрации частоты, с которой осадки были отмечены по наблюдениям на станциях и получены с помощью модели в различных интервалах пороговых значений. Пороговые значения работают по принципу «да» или «нет».

Суточное распределение осадков имеет большие градиенты. В данной работе представляет интерес количественная верификация рассчитанных осадков во временном интервале в 12 часов, что обусловлено периодичностью зондирования.

Описание процедуры верификации

На первом этапе для процесса верификации результатов расчета осадков относительно данных наблюдений, основанного на расчете статистических признаков, составляется таблица сопряженности [4].

Расчет	Наблюдения	
	Осадки	Без осадков
Осадки	<i>a</i>	<i>b</i>
Без осадков	<i>c</i>	<i>d</i>

В таблицу сопряженности входят показатели частоты наличия осадков и частоты их отсутствия по фактическим и расчетным данным. Здесь *a* – число правильных расчетов осадков, *b* – число ложных тревог (был дан прогноз явления, а оно отсутствовало), *c* – число пропущенных случаев осадков, *d* – число правильных расчетов, показывающих отсутствие осадков.

Таблица сопряженности составляется для четырех категорий пороговых значений количества осадков. В Категорию 0 попадает значение порога 0,1 мм/12 ч, которое разделяет случаи отсутствия осадков при значениях меньше него и их наличия при значениях больше. Далее идут Категории 1, 2 и 3, ограниченные пороговыми значениями: 0,1–5,0 мм/12 ч (слабые осадки), 5,0–10,0 мм/12 ч (умеренные осадки), более 10 мм/12 ч (сильные осадки) соответственно.

Второй этап верификации состоит в статистических оценках ошибок расчетов. Одна из скалярных характеристик, которая является мерой успешности прогноза с помощью определения среднего числа совпадений между расчетом и фактическими данными, особенно полезна, когда явление, которое должно быть предсказано («да»), встречается значительно реже, чем не встречается («нет»), есть критический индекс успешности *CSI*, рассчитывается с использованием данных таблицы сопряженности по формуле:

$$CSI = \frac{a}{a + b + c}. \quad (16)$$

Величина *CSI* изменяется в пределах от 0 до 1. Для самого плохого расчета она равна 0, в то время как для самого лучшего расчета она равна 1.

Оценка смещения *B* основана на сравнении средних значений расчетов и соответствующих фактических данных. Это систематическая ошибка, которая также рассчитывается с применением компонент таблицы сопряженности:

$$B = \frac{a + b}{a + c} \quad (17)$$

Если *B* равно 1 – это значит, что расчет является безошибочным. При значениях *B* больше 1 происходит переоценка – расчет завышает наличие осадков, в то время как

значение B меньше 1 говорит о недооценке, т.е. расчет осадков был меньше, чем по фактическим данным.

Для характеристики степени ложных расчетов осадков используется отношение числа ложных тревог наличия осадков к общему числу отсутствия осадков по фактическим данным:

$$F = \frac{b}{b+d}. \quad (18)$$

Если нет правильных расчетов отсутствия осадков, то $F=F_{max}=1$.

Для оценки качества расчета осадков рассматривается еще одна характеристика – степень попадания, которая представлена в виде отношения числа удачных расчетов осадков к общему числу расчетов:

$$H = \frac{a}{a+c}. \quad (19)$$

Если все случаи осадков были рассчитаны в соответствии с фактическими данными, то $H=1$.

Процедура верификации

Используя вышеописанную методику верификации, получаем для выбранного массива данных следующую таблицу верификации (табл. 1):

Таблица 1

Таблица верификации массива данных с 01.05. по 31.07.11 г.

Расчет	Наблюдения							
	Категория 1		Категория 2		Категория 3		Категория 0	
	Осадки	Без осадков	Осадки	Без осадков	Осадки	Без осадков	Осадки	Без осадков
Осадки	15	4	0	4	2	0	24	5
Без осадков	7	4	2	24	3	25	1	0

Таким образом, на основе таблицы споряженности получаем сравнительную таблицу характеристик качества расчетов (табл. 2).

Таблица 2

Сравнение статистических характеристик

Категория	Характеристика			
	CSI	B	F	H
1	0,58	0,86	0,50	0,68
2	0,00	2,00	0,14	0,00
3	0,40	0,40	0,00	0,40
0	0,80	1,16	1,00	0,96

Заключение

Используя характеристику CSI как меру успешности расчета, можно сделать вывод о том, что представленная модель дает достаточно качественный результат в экспериментах по расчету выпавших осадков. Нарекание может вызывать лишь Категория 2, для которой критический индекс успешности равен 0. Это может быть обусловлено недостаточным количеством случаев, относящихся к данной категории.

Анализ характеристики B показывает большую переоценку в Категории 2, однако для остальных категорий смещение является умеренным. Самое небольшое смещение относится к первой Категории, в которую входит наибольшее количество фактических данных изучаемого массива.

Большую ошибку дает величина, показывающая количество правильных расчетов отсутствия осадков, работающая на порог «да» или «нет» (Категория 0). Однако для остальных категорий характеристика F является удовлетворительной, а для Категории 3 – наилучшей. Таким образом, получается, что необходимо увеличивать общий размер массива изучаемых данных для того, чтобы убрать систематическую ошибку ложных срабатываний в общем объеме данных.

Степень попадания расчетных данных H является достаточно высокой, особенно для общего массива данных и Категории 1, в то время как для Категории 2 наблюдаются проблемы, характерные для всех вышеописанных статистических оценок качества проведенных расчетов.

Также необходимо отметить, что на общее качество расчетов, а тем более на статистические характеристики сильно влияет качество наблюдаемых данных и качество данных, полученных методом зондирования. Основная проблема заключается в корректном соотношении результатов зондирования с результатами наземного наблюдения на этапе ввода начальных данных в модель. Необходимо понимать, что в случаях локального развития глубокой конвекции, которая может привести к сильнейшим ливневым осадкам, расчет по данным зондирования может показывать небольшие величины выпавших осадков или их отсутствие. Это обусловлено высокой степенью неоднородности конвективных процессов и редкой сетью наземных станций, проводящих зондирование.

Список использованных источников

1. Василевский К.Д., Садоков В.П. Одномерная модель формирования кучевого облака. // Труды Гидрометцентра России. – 2010. – Вып. 344. – С. 99–113.
2. Дмитриева-Арраго Л.Р. Методы краткосрочного прогноза неконвективной облачности и осадков на основе модели преобразования влаги с учетом параметризации микрофизических процессов. 1. Модель преобразования влаги в атмосфере и прогноз неконвективной облачности // Метеорология и гидрология. – 2004. – № 2. – С. 5–26.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1973. – 352 с.
4. Wilks D.S. Statistical Methods in the Atmospheric Sciences. – Academic Press, 2006. – 627 p.

Поступила в редакцию 03.10.2012 г.