

ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КУЧЕВОГО ОБЛАКА

Введение

Современные модели прогноза погоды основаны на решении уравнений гидродинамики конечно-разностными методами с масштабом сетки 50–150 км, что больше характерных размеров конвективного облака. Следовательно, конвективные процессы остаются неучтенными в такой сетке и должны быть описаны на основе данных в узлах конечно-разностной сетки.

Кучевые и кучево-дождевые облака иначе называют облаками вертикального развития. Основание таких облаков, как правило, расположено невысоко относительно уровня земли (0,5–1 км), а вот верхняя граница, до которой они вырастают крайне быстро, имеет высоту до 12–15 км. Данный вид облачности возникает при конвективных движениях в атмосфере, когда отдельные массы воздуха достигают уровня конденсации и поднимаются выше него. В конвекции сочетаются вертикальный перенос отдельных объемов воздуха с турбулентными движениями; образование конвективных облаков почти всегда является процессом нестационарным.

Для параметризации процесса конвекции в крупномасштабных моделях широкое распространение получили одномерные модели – метод частиц [3]. При использовании этого метода предполагается, что частица поднимается адиабатически без обмена количеством движения и водяным паром с окружающим воздухом. До уровня конденсации подъем происходит сухо-адиабатически, а выше – влажно-адиабатически, поскольку из-за выделения теплоты конденсации температура поднимающейся частицы падает с высотой медленнее, чем температура ненасыщенного окружающего воздуха [1, 2].

В работах такого плана имеется большой простор для разработки методов расчета источников и стоков тепла и влаги, вызванных микрофизическими и другими процессами, протекающими в облаках [5, 7, 12]. К ним относятся процессы вовлечения и растекания воздушных масс, конденсации и сублимации водяного пара, формирования выпадающих осадков, испарения капель и др.

Учитывая подсеточный масштаб конвективной облачности, важным элементом разработки метода параметризации конвекции является расчет балла облачности (a) внутри конечно-разностной сетки крупномасштабной модели. Существует много приемов определения этого параметра. Наиболее продвинутыми, с нашей точки зрения, является подход, предложенный Тидке [11], где он использует специальное уравнение для прогностического расчета доли объема элементарной ячейки сетки, закрытой облаками. Это уравнение решается на сетке крупномасштабной модели и зависит от параметров, которые рассчитаны в модели кучевого облака.

Постановка задачи

Целью данной работы является создание одномерной численной модели конвективного облака для последующего её внедрения в крупномасштабную сеточную прогностическую модель прогноза погоды. Одномерность модели и упрощение некоторых физических параметров и процессов, речь о которых пойдет дальше, позволяют использовать минимум входных данных: давление, температуру и отношение смеси водяного пара. На выходе модель дает возможность выполнить быстрый и достаточно точный расчет параметров облака, таких как сила плавучести, вертикальные скорости, водность и испарения капель в облаке, интенсивность осадков. Кроме того, анализируя полученные в ходе расчета данные, можно судить о нижней и верхней границах облака.

Основная особенность этой проблемы состоит в том, как было уже отмечено, что конвективные процессы и связанные с ними процессы облакообразования относительно крупномасштабных моделей, как правило, являются подсеточными. Поэтому их приходится вводить в крупномасштабную модель параметрическими приёмами. Представим себе, что существует некое взаимодействие между процессами в конвективной струе и окружающем её воздухе, которое должно отражать эффект влияния на элементы крупномасштабной модели. В таком случае мы должны написать системы уравнений для окружающей (крупномасштабной) среды и уравнения конвективного облака. Для простоты не будем учитывать адвективные процессы. Тогда в системе уравнений для сеточных (крупномасштабных) характеристик появятся дополнительные члены, отражающие влияние конвективных движений подсеточного масштаба на крупномасштабные характеристики модели.

В работе [11] эти дополнительные члены представлены в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)_{\text{конв}} = F - \frac{\partial \omega^* (\xi_c - \xi)}{\partial p}, \quad (1)$$

где $\xi = \{u, v, s, q, \delta\}$ – крупномасштабные характеристики атмосферы: q – удельная влажность, $s = c_p T + gz$ – статическая энергия, δ – водность, u, v – горизонтальные компоненты скорости ветра; ω^* – вертикальный поток массы с учетом конвекции; F – источники и стоки в уравнениях для $\xi = \{u, v, s, q, \delta\}$. Индекс c обозначает величины, относящиеся к облаку.

Прежде чем использовать уравнение (1), необходимо определить величины, характеризующие облачную среду. Начнем с рассмотрения вертикальных движений в конвективно поднимающейся массе воздуха. Этот прием основан на рассмотрении третьего уравнения движения в упрощенной форме (одномерность по вертикали, стационарность и т.п.). Это уравнение примет вид:

$$w_c \frac{\partial w_c}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + F_w, \quad (2)$$

F_w – параметр, характеризующий взаимодействие струи с окружающей средой путем вовлечения, сопротивления, турбулентного перемешивания и т.п.

Этим уравнением определяются не средние вертикальные движения в кучевом облаке, а вертикальные скорости подъема мелких струй и термиков, из которых состоит облачная среда. В окрестности поднимающейся струи в облаке наблюдаются нисходящие движения. Таким образом, облачная среда является средой со сложной структурой.

Из уравнения (2) следует уравнение для кинетической энергии конвективно-поднимающейся струи со скоростью w_c в форме:

$$\frac{\partial w_c^2}{\partial z} = 2(P_c + F_w), \quad (3)$$

где $P_c = -RT_v \frac{\partial \ln p}{\partial z} - g$ – подъемная сила. (4)

Уравнение (3) интегрируется с краевым условием на нижней границе облака $w_c(z^*) = w(z^*)$.

Здесь (z^*) – уровень, выше которого сумма $(P_c + F_w)$ (сила плавучести) положительна; T_v – виртуальная температура: $T_v = T(1 + 0,608q)$; R – газовая постоянная сухого воздуха; q – удельная влажность воздуха.

Если в поднимающейся струе произошла конденсация, то в ней $\frac{\partial \ln p}{\partial z}$ будет отличаться от этой величины вне струи. Для ее оценки в облачной частице рассмотрим

уравнение притока тепла во влажном насыщенном воздухе в тех же предположениях (стационарность и одномерность по вертикали). Получим:

$$\left(1 - \frac{Lm_c}{c_p T}\right) w_c \frac{\partial \ln T_c}{\partial z} - \frac{\kappa - 1}{\kappa} w_c \frac{\partial \ln p}{\partial z} + \frac{L}{c_p T_c} w_c \frac{\partial m_c}{\partial z} = \varepsilon_T, \quad (5)$$

где m_c – отношение смеси водяного пара в насыщенном воздухе:

$$m_c = 0,622 \frac{E}{p - E}; \quad (6)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v};$$

E – парциальное давление насыщенного водяного пара в облаке;

L – скрытая теплота конденсации; ε_T – внешние источники тепла (турбулентность, радиация и т.п.).

Прологарифмировав выражение (6) и взяв производную по z , получим

$$\frac{1}{m_c} \frac{\partial m_c}{\partial z} = \frac{\partial \ln E}{\partial T} \frac{\partial T_c}{\partial z} - \frac{p}{p - E} \frac{\partial \ln p}{\partial z}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5), разрешая относительно $\frac{\partial \ln p}{\partial z}$ и заменяя его выражение в (4),

получим для подъемной силы:

$$P_c = g \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_b} - 1 \right) + \frac{\tilde{\varepsilon}_T}{w_c}, \quad (8)$$

где γ_b – влажно-адиабатический градиент; γ_c – градиент температуры в облачной среде;

$$\tilde{\varepsilon}_T = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{RT_{vc} \varepsilon_T}{1 - \frac{Lm_c}{c_p T_c}}.$$

Последний член в (8) описывает влияние на конвективные движения в насыщенной среде радиационных и турбулентных процессов. Оценка вклада этого члена в величину подъёмной силы представляет большой интерес.

Предположим, что облачная среда – это система, состоящая из мелких пузырей (частиц) насыщенного воздуха, которая окружена ненасыщенным воздухом. Зная вертикальное распределение метеорологических элементов в узле крупномасштабной сетки или в пункте зондирования, мы можем установить приблизительные условия облакообразования, например, влажную неустойчивость.

Рассмотрим (8) применительно к модели облака. Тогда что такое γ_c ? Наиболее вероятно – это градиент температуры в облачной среде. Он не равен влажно-адиабатическому градиенту и градиенту температуры в пространстве окружающем облако. Предположим, что

$$\gamma_c = \lambda\gamma_b + (1 - \lambda)\gamma, \quad (9)$$

где γ – градиент в ненасыщенном окружающем облако пространстве; γ_b – влажно-адиабатический градиент; λ – параметр, характеризующий относительную площадь струй в сечении облака на данной высоте, варьирует от 0,2 до 0,75 [3].

Подставляя (9) в (8), получим выражение для подъёмной силы в облаке:

$$P_c = (1 - \lambda)g \left(\frac{\gamma}{\gamma_b} - 1 \right) + \frac{\tilde{\varepsilon}_T}{w_c}. \quad (10)$$

Описание процессов вовлечения и растекания

Оценим влияние эффектов, связанных с вовлечением и растеканием окружающего воздуха при подъеме струи, на её вертикальную скорость.

Положим, что в (3)

$$F_w = En - Dt, \quad (11)$$

где En – описывает эффект вовлечения, а Dt – растекания.

Будем предполагать, что вовлечение будет осуществляться в той части облака, где конвективная вертикальная скорость растёт с высотой, а там, где вертикальная скорость убывает, происходит растекание облачной массы. Тогда в конечном итоге можно записать

$$F_w = (1 - \varphi) \cdot En - \varphi \cdot Dt, \quad (12)$$

где $\varphi = 0$ при $\frac{\partial w_c}{\partial z} > 0$ и $\varphi = 1$ при $\frac{\partial w_c}{\partial z} < 0$.

Согласно исследованиям [9, 10] предполагаем, что в облаке вовлечение и растекание по величине равны. Эти авторы, в частности, рассматривают два механизма вовлечения: динамическое и турбулентное.

Эффект динамического вовлечения En можно оценить следующим образом.

Предположим, что в облачной струе выполняется уравнение неразрывности.

$$\frac{\partial \rho U}{\partial x} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} + \frac{\partial \rho w_c}{\partial z} = 0.$$

Первые два члена описывают горизонтальную дивергенцию, которая может быть отождествлена с процессом вовлечения или растекания. Проинтегрируем это уравнение по произвольной горизонтальной плоскости облака S и обозначим через R следующее выражение:

$$R = -\frac{1}{S} \int D_h dS = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial z} \bar{w} \quad (13)$$

Черта обозначает осреднение по S ; $D_h = \frac{\partial \rho U}{\partial x} + \frac{\partial \rho V}{\partial y}$ – горизонтальная дивергенция скорости ветра; \bar{w} – осредненная по сечению облака конвективная вертикальная скорость.

В вышеприведенных формулах вовлечение En представим выражением, пропорциональным конвективной вертикальной скорости в облаке, в виде:

$$En = \mu_d \cdot \bar{w} \cdot R = \frac{\mu_d}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} + 2 \frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial z} \bar{w}^2 \right), \quad (14)$$

где μ_d – эмпирический коэффициент динамического вовлечения.

Мы рассмотрели динамическую часть вовлечения. К ней следует присоединить часть вовлечения, происходящую за счет турбулентности.

Современные исследователи обычно ссылаются на работы [9, 10], авторы которых предложили такого рода процессы оценивать выражением

$$E_t = \mu_t \cdot \bar{w}^2.$$

Здесь μ_t – коэффициент вовлечения (м^{-1}): $\mu_t = \frac{C}{r}$, где r – радиус поперечного сечения струи или облака; C – безразмерный коэффициент, существенно зависит от типа конвективных облаков и обычно принимается равным 0,2 [3, 6, 8].

Обычно принимают значения коэффициента турбулентного вовлечения постоянными в зависимости от высоты: ниже уровня 830 гПа $\mu_t = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$, а выше уровня 350 гПа $\mu_t = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Между этими уровнями коэффициент вовлечения меняется линейно в зависимости от давления.

Таким образом, общее выражение для вовлечения E_c примет вид:

$$\dot{A}_{\bar{n}} = En + E_t = \frac{\mu_d}{2} \cdot \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} + \mu \cdot \bar{w}^2, \quad (15)$$

где $\mu = \mu_d \cdot \frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial z} + \mu_t$.

Уравнение (3) должно измениться, так как теперь оно описывает кинетическую энергию средней вертикальной скорости облака \bar{w} . Мы как бы должны осреднить (3) по сечению облака S . Правая часть уравнения (3) в силу соотношений (9) и (10) уже описывает подъемную силу в облаке.

Схема расчета конвективной вертикальной скорости

Рассмотрим уравнение (3). Черту над w опустим для простоты изложения. Применяя метод конечных разностей, решение этого уравнения можно получить по следующей схеме.

Введем по оси Z основные уровни K и промежуточные уровни $K + \frac{1}{2}$. Уравнение записывается на промежуточных уровнях. Тогда, учитывая, что

$$\left(\frac{\partial w^2}{\partial z} \right)_{K+\frac{1}{2}} = \frac{1}{Dz} (w_{K+1}^2 - w_K^2) \quad \text{и} \quad (w^2)_{K+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (w_{K+1}^2 + w_K^2),$$

можно аппроксимировать уравнение (3), принимая во внимание (15), следующим образом:

$$\frac{1}{Dz} (w_{K+1}^2 - w_K^2) = (2P_c)_{K+\frac{1}{2}} + \mu (w_{K+1}^2 + w_K^2) + \frac{\mu_d}{Dz} (w_{K+1}^2 - w_K^2),$$

или окончательно:

$$w_{K+1}^2 = \frac{1 - \mu_d + \mu \cdot Dz}{1 - \mu_d - \mu \cdot Dz} w_K^2 + \frac{2Dz}{1 - \mu_d - \mu \cdot Dz} (P_c)_{K+\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

где Dz – шаг по Z ; K – номер уровня; $P_c = (1 - \lambda)g \left(\frac{\gamma}{\gamma_e} - 1 \right)$ (предполагая для простоты $\tilde{\varepsilon} = 0$).

Правую часть в (16) обозначим через A .

В итоге искомая вертикальная скорость в конвективном потоке на уровне $K + 1$ равна:

$$w_{K+1} = \sqrt{A}. \quad (17)$$

Расчет по (16) начинается с уровня z^* , выше которого A положительна.

Применение представленного алгоритма показало, что результаты расчета вертикальной скорости оказываются завышенными. Поэтому в P_c необходимо вводить корректирующий множитель. Так, в работе [3] в процессе экспериментов был выбран множитель, равный $\frac{1}{3}$. Тогда окончательное выражение для P_c примет вид:

$$P_c = \frac{1}{3}(1 - \lambda)g \left(\frac{\gamma}{\gamma_s} - 1 \right). \quad (18)$$

Рис. 1–3 иллюстрируют примеры расчета с использованием разработанного алгоритма, основанных на данных наблюдений за 15–17 июля 2008 года в Москве. На рис. 1 показана информация о вертикальных профилях температуры. На рис. 2 можно видеть, как для рассматриваемых случаев распределяется по высоте сила плавучести, рассчитываемая по формулам (10) и (12) как $(P_c + F_w)$. На рис. 3 показаны профили вертикальной скорости в облаке.

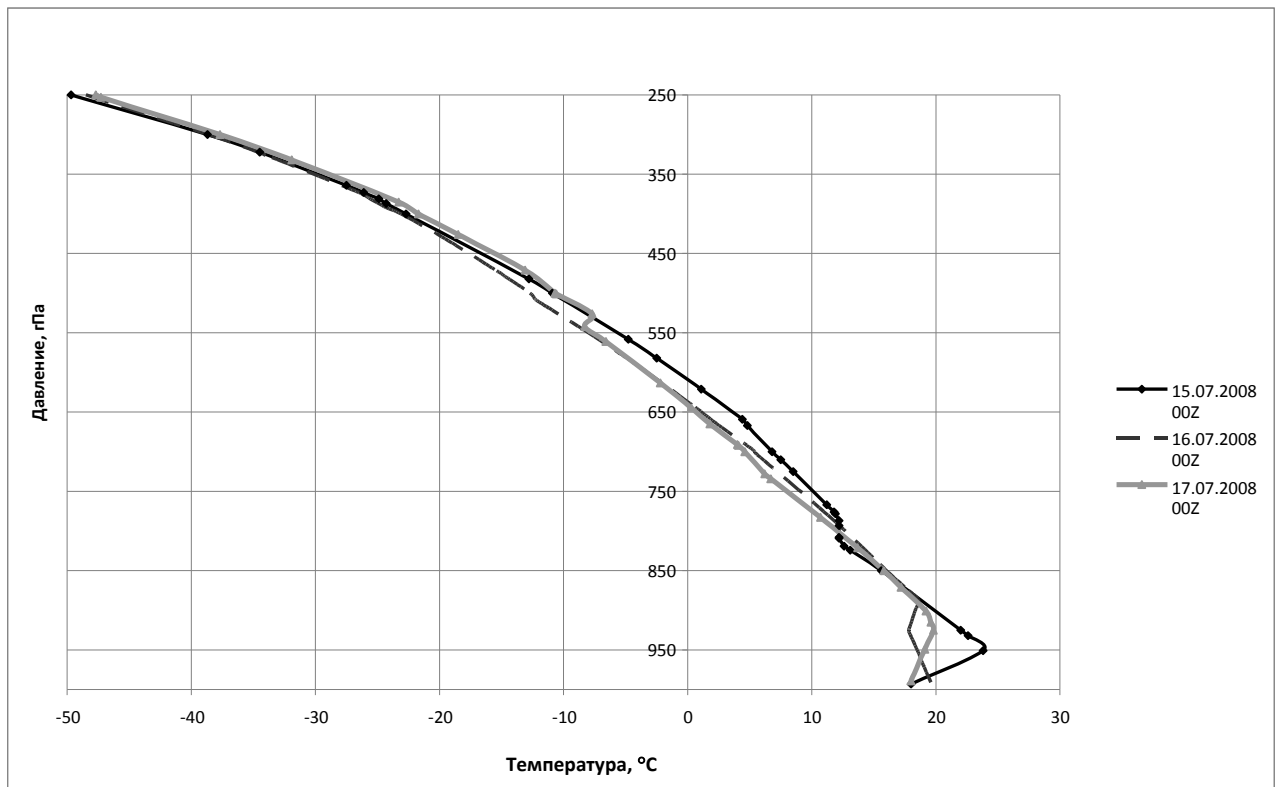


Рис. 1. Вертикальное распределение температуры

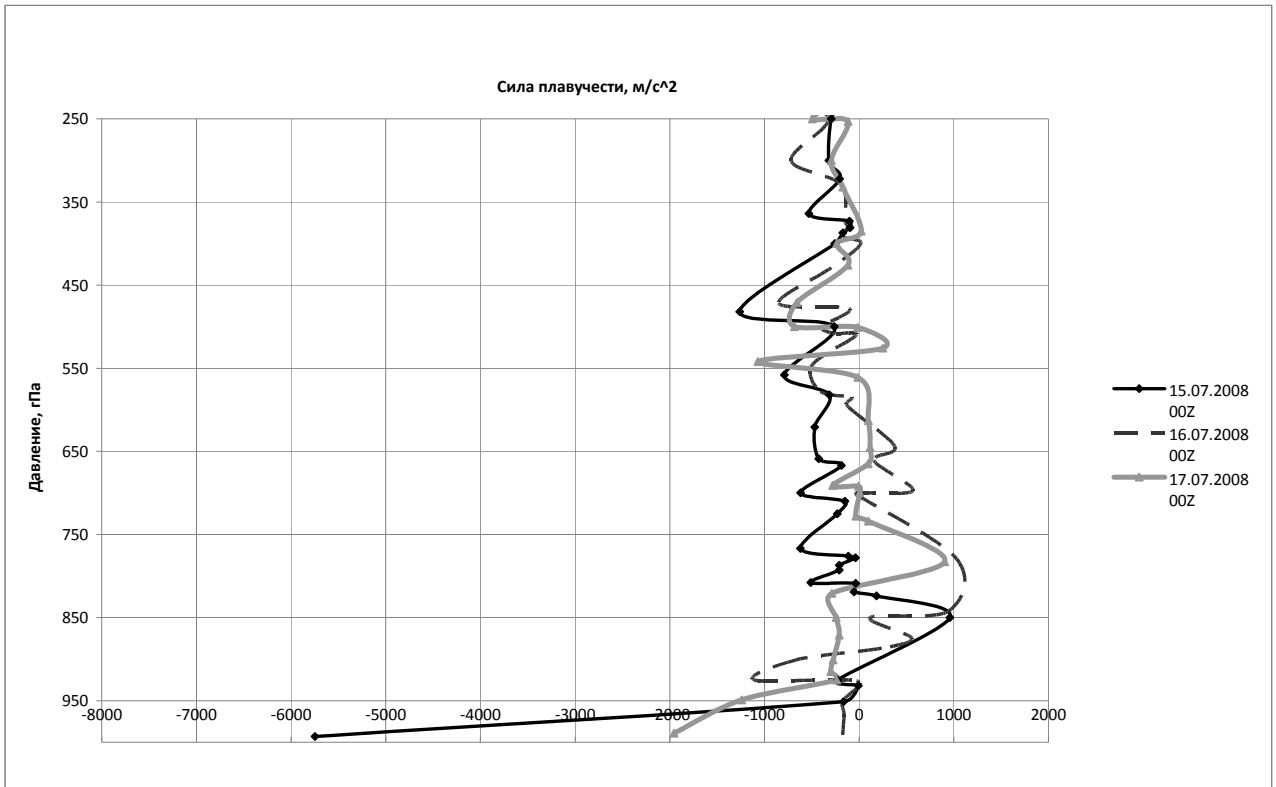


Рис. 2. Вертикальное распределение силы плавучести

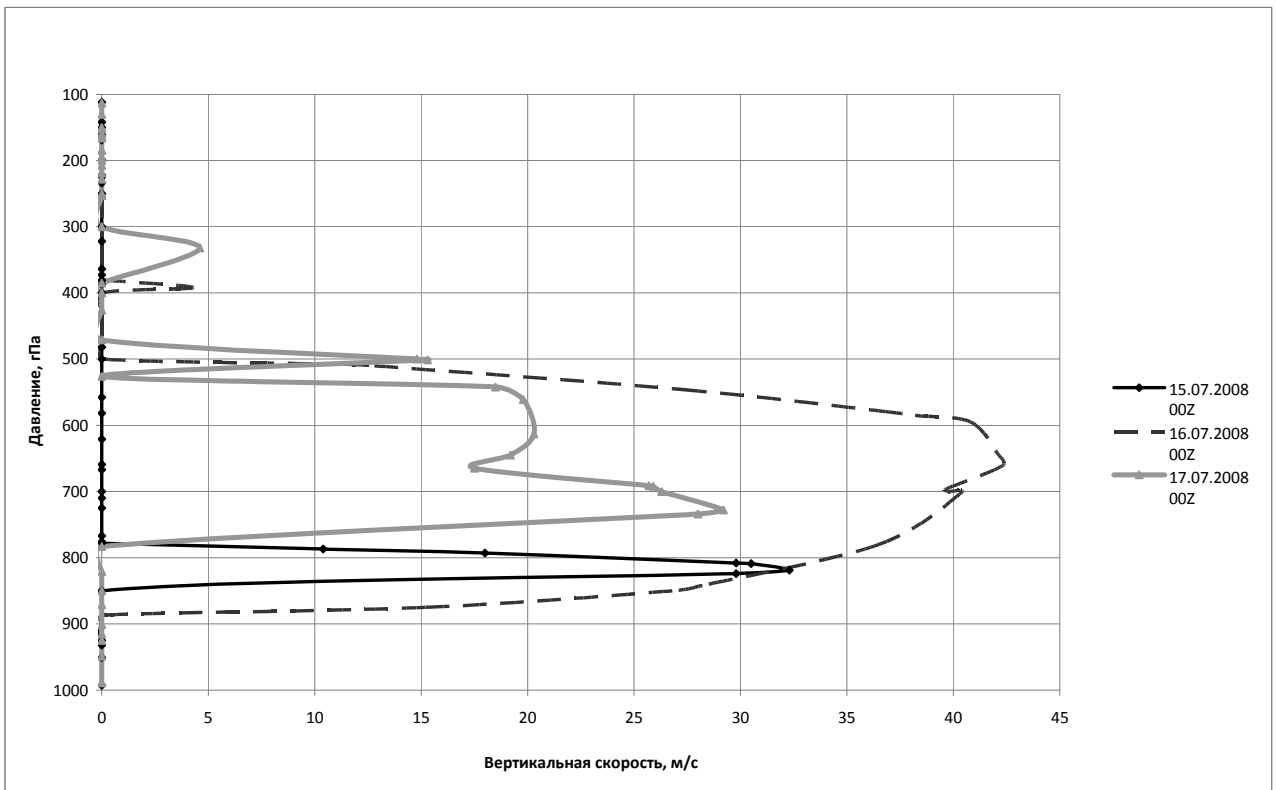


Рис. 3. Профиль конвективной вертикальной скорости

Если судить о толщине облака по профилю вертикальной скорости, то можно отметить наибольшую толщину за рассмотренный период в день выпадения максимального количества осадков – 16.07.2008 г. Вертикальные скорости в этом случае принимают максимальные значения, достигая значений 45 м/с.

Все полученные профили вертикальной скорости достаточно хорошо согласуются со стратификацией атмосферы (рис. 1). Так, 15.07.2008 г. стратификация атмосферы была устойчивой, что привело к образованию тонкого слоя конвективных вертикальных скоростей (рис. 3). Случай 17.07.2008 г. характеризуется приземной инверсией, в связи с чем нижний уровень конвекции поднялся выше 800 гПа.

Одномерная модель облака

В настоящей работе мы рассматриваем модель конвективного облака в сравнительно приближенном варианте (стационарность, одномерность по вертикали). Этому этапу должна следовать процедура приспособления основного состояния модели к воздействию облачных процессов. Последние должны реалистично описывать внутриоблачные механизмы и по оценкам таких параметров, как осадки, балл облачности, высота облаков, такая модель должна быть настроена с помощью эмпирических констант, имеющихся в расчетных формулах.

Для описания процессов в облачной среде необходимо использовать уравнения переноса удельной влажности, статической энергии облачной массы, водности, которые при условии стационарности и одномерности по вертикали можно представить в следующем виде:

- для удельной влажности

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \tilde{E}(\bar{q} - q) - \tilde{C}, \quad (19)$$

с краевым условием $q(z^*) = \bar{q}(z^*)$ на нижней границе облака, где черта обозначает удельную влажность окружающего воздуха на нижней границе облака. Здесь q является удельной влажностью, причем не обязательно насыщающей. Прямая черта над переменными характеризует её значение в окружающем воздухе;

- для статической энергии облачной массы

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \tilde{E}(\bar{S} - S) - L\tilde{C}, \quad (20)$$

с условием $S(z^*) = \bar{S}(z^*)$; $S = C_p T + gZ + Lq^*$;

- для водности

$$\frac{\partial \delta}{\partial z} = -\tilde{E} \delta + \tilde{C} - \tilde{G} \quad (21)$$

с условием $\delta(z^*) = 0$.

$\tilde{G} = \frac{K_d}{w_c} (\delta - \delta_{кр})$ – интенсивность перехода облачных капель в дождевые;

$K_d = 1 \cdot 10^{-3}$ – коэффициент, определяющий скорость перехода капель облака в капли осадков;

$\delta_{кр}$ – критическая водность;

количество сконденсированной влаги рассчитывается по формуле:

$$\tilde{C} = \frac{\partial q^*}{\partial z} \quad (22).$$

$q^* = \frac{0.622E}{p - 0.378E} \approx 0.622 \frac{E}{p}$ – насыщающая удельная влажность, зависящая от

температуры;

$\tilde{E} = \frac{F_w}{w_c}$ – параметр вовлечения.

Уравнения (19–21) записываются в конечных разностях и интегрируются послойно с нижнего уровня z^* до верхней границы облака (по слою, где конвективная вертикальная скорость положительна).

Пример расчета осадков

Поскольку мы уже вычислили водность в облаке по формуле (21), то можно вычислить интенсивность осадков, достигших земной поверхности PP :

$$PP = \int_0^{BGO} (G_p - E_p) \rho dz, \quad (23)$$

где ВГО – верхняя граница облака;

$G_p = k_1 (\delta - \delta_{кр})$ – количество воды, перешедшее в дождевые капли;

$k_1 = K_d \cdot w_c$ (м/с²);

$\delta_{кр} = 0.8 \cdot 10^{-3}$ (кг/кг);

$E_p = k_i (q^* - q)$ – количество испарившейся влаги;

$k_i = 10^{-6}$ (с⁻¹) [2].

Для завершения задачи требуется определить по данным в узлах сетки значение доли покрытия ячейки сетки облаками. Эту задачу в данной работе мы не рассматриваем.

Численные эксперименты

Ввиду того, что в данной модели использовалось много эмпирических коэффициентов, трактуемых различными авторами по-разному, одной из главных задач в реализации модели была её настройка. Она заключалась в сопоставлении рассчитанных величин и фактических данных с последующей регулировкой этих коэффициентов.

По снимкам со спутника METEOSAT-8 в ИК-диапазоне выбирались области с вероятным образованием кучевой облачности. Далее была выбрана метеостанция, выпускающая радиозонд и максимально приближенная к месту возможного образования конвективных облаков. Зондирование на большинстве станций производится два раза в сутки: в 00.00 и 12.00 ч ВСВ. Данные зондирования были использованы для расчетов. После чего проводилось сравнение полученных расчетных данных с данными наблюдения на метеостанции в заданное время. В процессе анализа спутниковых данных и данных наземных наблюдений был отобран ряд из тридцати случаев, которые были использованы для настройки параметров модели.

В таблице приведен пример расчета осадков для случая 15–17 июля 2008 года в Москве. Если рассматривать рассчитанную за два срока наблюдений интенсивность как среднюю интенсивность за сутки, то можно получить оценку, представленную в таблице. Этот случай был рассчитан с $K_d = 1 \cdot 10^{-3}$ и $\delta_{кр} = 0.4 \cdot 10^{-3}$.

Во втором столбце таблицы показана интенсивность осадков, рассчитанная по данным зондирования, далее следует фактическая продолжительность осадков. Последние три столбца показывают количество выпавших осадков по данным Гидрометцентра, Гисметео и полученные моделью, как произведение рассчитанной интенсивности осадков за 1 час и продолжительности осадков.

Результаты экспериментов

Дата	Интенсивность осадков рассчитанная, мм/ч	Наблюденная продолжительность осадков, ч	Выпавшие осадки, мм/сут		
			ГМЦ	Гисметео	Модель
15.07.2008	3,6	0	н/д	0	0,0
16.07.2008	17,3	3	51	42	51,8
17.07.2008	5,0	3	н/д	20	15,1

Заключение

В результате выполненного исследования была разработана одномерная модель конвективного облака, пригодная для использования в крупномасштабных моделях прогноза погоды. Для расчета процесса вовлечения и растекания в облаке разработан метод параметризации на основе баланса потока массы в облаке в соответствии с уравнением неразрывности, проинтегрированным по площади облака. Подобная концепция использовалась ранее в работе [4].

В модель конвективного облака включены уравнения, описывающие вертикальное распределение вертикальной скорости, влажности и водности, а также выражение для расчета интенсивности осадков.

Для расчета вертикальной скорости используется уравнение конвекции, полученное из третьего уравнения движения в предположении стационарности и одномерности по вертикали.

Для влажности и водности применены уравнения, которые получены из уравнений переноса влаги и водности, также в предположении стационарности и одномерности. В этих уравнениях учтены основные физические процессы, характеризующие источники и стоки влажности и водности.

Уравнения модели аппроксимированы в конечных разностях и составлен алгоритм их расчета.

Реализованная модель содержит определенное число эмпирических параметров, связанных с недостатком информации о некоторых физических процессах, вследствие чего для их оптимизации необходимо было провести ряд калибровочных экспериментов.

Особое внимание обращено на зависимость конвективных вертикальных движений от интенсивности вовлечения. Из всех рассмотренных вариантов мы считаем наиболее оптимальным вариант со значениями коэффициента вовлечения $\mu = 6 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-4}$, которые дают сравнительно реалистичные величины вертикальных скоростей в нижнем слое при разумных значениях в верхних слоях.

Ввиду того, что в разработанной модели нет блока, ответственного за расчет доли площади ячейки, занятой облаком a , мы полагали значение данного параметра равным 0,5. Это в определенной мере также отразилось на качестве полученных результатов.

Для проверки качества модели был произведен отбор и анализ данных во время возможного образования конвекции в Московском регионе (июнь–август 2007–2008 гг.). Результаты численных экспериментов с использованием подготовленных данных показали удовлетворительное согласование рассчитанных и наблюдаемых осадков.

После более тщательного тестирования, настройки и включения неучтенных процессов, модель может быть использована в некоторых крупномасштабных моделях прогноза погоды.

Список литературы

1. *Боровиков А.М., Гайвороновский И.И. и др.* Физика облаков // Под редакцией А.Х. Хргиана. – Л.: Гидрометеиздат, 1961.
2. *Мазин И.П., Шметер С.М.* Облака. Строение и физика образования. – Л.: Гидрометеиздат, 1983.
3. *Матвеев Л.Н.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1984.
4. *Arakawa A., Schubert W.H.* Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part 1 // *Journal of Atmospheric Sciences.* – 1974. – Vol. 31. – № 3.
5. *Bougeault P.* A Simple Parameterization of the Large-Scale Effects of Cumulus Convection // *Monthly Weather Review.* – 1985. – Vol. 113. – P. 2108–2120.
6. *Bretherton C.S., McCaa J.R.* A New Parameterization for Shallow Cumulus Convection and Its Application to Marine Subtropical Cloud-Topped Boundary Layers. Part I: Description and 1D Results // *Monthly Weather Review.* – 2004. – Vol. 132. – P 864–882.
7. *Piriou J.M. et al.* An approach for convective parameterization with memory, in separating microphysics and transport in grid-scale equations // *Journal of the Atmospheric sciences.* – February 1971.
8. *Siebesama A.P., Bretherton C.S.* A Large Eddy Simulation Intercomparison Study of Shallow Cumulus Convection // *Journal of the Atmospheric sciences.* – 2003. – Vol. 60. – № 10. – P. 1201–1219.
9. *Simpson J.* On Cumulus entrainment and one-dimensional models // *Journal of the Atmospheric sciences.* – 1971. – Vol. 28. – P. 449–455.
10. *Simpson J., Wiggert V.* Models of precipitating cumulus towers // *Monthly Weather Review.* – 1969. – Vol. 97. – P. 471–489.
11. *Tiedtke M.* A Comprehensive mass flux scheme for cumulus parameterization in Large-scale Models // *Monthly Weather Review.* – 1989. – Vol. 117. – P. 1779–1800.
12. *Tiedtke M.* Representation of Clouds in Large-scale Models // *Monthly Weather Review.* – 1993. – Vol. 121. – P. 3040–3061.