

*А. Ю. Михайлов, К. Г. Рубинштейн, А. Б. Шмакин*

**МЕТОД ДЕТАЛИЗАЦИИ  
ПРИЗЕМНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЗДУХА,  
ОСНОВАННЫЙ НА МОДЕЛЯХ  
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ  
И ЛОКАЛЬНОГО ТЕПЛОВОГО И ВОДНОГО БАЛАНСОВ**

**Введение**

Несмотря на стремительный рост мощностей вычислительной техники, крупномасштабные гидродинамические модели общей циркуляции атмосферы (ОЦА) не воспроизводят локальные особенности метеорологических параметров. Для воспроизведения этих особенностей (и в пространстве, и во времени) по данным крупномасштабного моделирования разрабатывают и используют специальные процедуры, основанные на статистических [7], динамических [6], вариационных [4] и гибридных [9] методах.

Предлагаемый в данной статье метод является гибридным, развитым на основе метода, изложенного в работе [9]. Он, с одной стороны, использует ряды наблюдений, с другой, — результаты локальной тепло-водобалансовой модели подстилающей поверхности в комплексе с трехмерной моделью атмосферного пограничного слоя (АПС). Включение в данный комплекс модели АПС вызвано необходимостью детально воспроизвести характеристики приземного слоя атмосферы по данным модели подстилающей поверхности и характеристикам свободной атмосферы, взятым из модели ОЦА. При этом предполагается, что влияние на атмосферу подсеточных неоднородностей подстилающей поверхности выше АПС не распространяется. В данной работе также исследован вопрос о надежности воспроизведения моделью АПС приземных характеристик по фактическим аэрологическим данным (верификация комплекса моделей АПС и локального теплового и водного балансов).

Использование гибридного метода позволяет, в отличие от статистических методов, проводить детализацию не только в том месте, где имеется многолетний ряд наблюдений, но и в ближайших к станции регионах. Для этого в модель вводятся свойственные этим регионам характеристики подстилающей поверхности и в соответствии с ними пересчитываются ряды метеорологических параметров.

В статье приведены результаты валидации процедуры детализации значений приземной температуры и отношения смеси водяного пара. Термин «приземная» подразумевает температуру воздуха и отношение смеси на высоте 2 м для фактических данных и на высоте 8 м — для модельных данных.

### 1. Алгоритм метода детализации

На первом этапе при помощи крупномасштабной модели ОЦА рассчитываются метеорологические характеристики для исследуемой области.

Второй этап — подготовка детальных данных о характеристиках почв и растительности для территории, где проводится детализация результатов расчетов крупномасштабной модели.

На третьем этапе рассчитывается приземная температура воздуха в узлах мелкой сетки по модели пограничного слоя атмосферы, для которой граничными условиями являются результаты расчетов на крупномасштабной модели и детализированные характеристики, получаемые по тепло-водобалансовой модели на подстилающей поверхности.

Реализация и испытание данного гибридного метода проведены по данным экспериментов со спектральной моделью ОЦА Гидрометцентра России [5].

### 2. Описание модели АПС

В данной работе для расчетов по тестовому региону использована трехмерная нестационарная модель горизонтально-неоднородного пограничного слоя атмосферы (АПС). В этой модели реализовано конечно-разностное решение системы семи гидродинамических уравнений (переноса количества движения, тепла, влаги, турбулентной кинетической энергии, неразрывности несжимаемой жидкости и статики) для заданного поля давления, и с  $L$ – $B$ -замыканием при расчете вертикальных коэффициентов турбулентности (описание уравнений для стационарного случая приведено в работах [2, 8]).

Рассчитываемыми величинами в модели являются:

- составляющие скорости ветра ( $u$ ,  $v$  и  $w$ ),
- потенциальная температура ( $\Theta$ ),
- отношение смеси водяного пара ( $q$ ),
- турбулентная кинетическая энергия ( $b$ ),
- масштаб турбулентности ( $l$ ).

Вычисления осуществлялись по полунявной схеме с центральными конечными разностями для пространственных производных и с прогонкой по вертикальной координате.

При постановке задачи использован подход, при котором горизонтальные градиенты давления  $P$  в уравнениях движения задавались по следующим соотношениям, получающимся путем интегрирования уравнения статики от верхней границы АПС до расчетного уровня:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = L_k u_g + gT \int_z^H \frac{1}{T^2} \frac{\partial T}{\partial y} dz, \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -L_k v_g + gT \int_z^H \frac{1}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x} dz,$$

где  $u_g$  и  $v_g$  — составляющие геострофического ветра (в нашем случае приняты равными соответствующим составляющим ветра на верхней границе АПС);  $L_k$  — параметр Кориолиса;  $T$  — температура воздуха, К;  $H$  — высота АПС;  $\rho$  — плотность воздуха;  $g$  — ускорение свободного падения,  $z$  — вертикальная координата, отсчитываемая от уровня земли (в данной работе он задан постоянным), м.

В уравнении переноса тепла учтено изменение температуры, вызванное фазовыми переходами в точках, где отношение смеси  $q$  больше, чем отношение смеси насыщения  $q_{\text{макс}}$ . При этом изменение температуры за шаг по времени равно:

$$\Delta\Theta = L(q - q_{\text{макс}})/c_p,$$

где  $L$  — удельная теплота конденсации (сублимации);  $c_p = 1003$  Дж/(кг·К);  $q$  принято равным  $q_{\text{макс}}$  с выпадением всей сконденсированной влаги в виде осадков, которые добавляются к водному балансу подстилающей поверхности (они составляют примерно 10 % месячных сумм).

Фазовые переходы в толще АПС приводят в модели к увеличению встречного инфракрасного излучения на поверхности земли за счет поправки на температуру нижней границы облачности в АПС (более трех уровней с фазовыми переходами). Согласно предварительным экспериментам, учет данных эффектов заметно улучшает результаты моделирования.

Для замыкания системы уравнений переноса относительно вертикальных коэффициентов турбулентности ( $k$ ), масштаба турбулентности ( $l$ ) и скорости диссипации турбулентности ( $\epsilon$ ) использованы следующие соотношения [2, 3]:

$$L = -k \frac{b/k}{(1 + az) \frac{\partial}{\partial z} (b/k)}, \quad k = c^{0,25} l \sqrt{b}, \quad \epsilon = cb^2/k, \quad (1)$$

где  $k = 0,38$ ,  $c = 0,05$ .

В уравнениях (1) поправка  $(1 + az)$  взята из формулы Блэкедара, где коэффициент  $a$  имеет размерность  $[м^{-1}]$  и равен согласно [12]:

$$a = \int_0^H b \rho dz / \int_0^H z b \rho dz.$$

Условия на верхней границе пограничного слоя атмосферы (при  $z = H$ ) сформулированы следующим образом:

$$u = u_g, \quad v = v_g, \quad \Theta = \Theta_h, \quad q = q_h, \quad b = 0.$$

На нижней границе заданы следующие условия:

$$u = v = w = 0, \quad \Theta = T_s, \quad q = q_s, \quad l = kz_0 \text{ при } z = z_0 + d,$$

где  $z_0$  — параметр шероховатости,  $d$  — высота слоя вытеснения,  $T_s$  и  $q_s$  — параметры, вычисляемые в блоке модели подстилающей поверхности [9].

Поверхностные характеристики согласованы с характеристиками приземного подслоя ( $z_0 < z < \zeta$ ) по формулам подобия и эмпирическим функциям подобия. При этом коэффициент турбулентности в приземном подслое задан по формуле:

$$k(z) = k \frac{u_* (z - d)}{\varphi[(z - d)/L]}, \quad (2)$$

где  $L$  — масштаб длины Мони́на—Обухова,

$$u_*^2 = k \sqrt{(\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2}.$$

Эмпирические формулы для функций подобия (кроме случая  $L \leq -1$ ) взяты из работы [1], где

$$\varphi(z) = \begin{cases} 1 + 4,7(z - d)/L & \text{для } 1 > L > 0, \\ 5,7 & \text{для } L \geq 0, \\ [1 - 16(z - d)/L]^{-0,25} & \text{для } 0 > L > -1, \\ (17,0)^{-0,25} & \text{для } L \leq -1. \end{cases} \quad (3 a)$$

Функции подобия для потоков тепла и влаги отличаются от функций подобия для количества движения при конвективных условиях и имеют вид:

$$\varphi(z) = \begin{cases} [1 - 16(z - d)/L]^{-0,5} & \text{для } 0 > L > -1, \\ (17,0)^{-0,5}. & \end{cases} \quad (3 б)$$

Ограничение для функций подобия при  $L < -1$ , специально введенное в данной модели, обусловлено необходимостью учета прибли-

жения свободной конвекции при скорости ветра в приземном подслое, равной нулю. Такое ограничение приводит к тому, что вертикальный поток тепла, рассчитанный по данной модели, совпадает с аналогичным потоком, вычисленным при приближении свободной конвекции (при одинаковых температурных градиентах) при скорости ветра в приземном подслое, равной 0,002 м/с.

При помощи первых двух уравнений (1) и формул (2)—(3) методом последовательных приближений рассчитаны значения  $l$  и  $b$  на верхней границе приземного подслоя при  $z = \zeta$  (в модели  $\zeta = 2$  м). Эта процедура необходима для согласования величин  $b$ ,  $k$  и  $l$  на границе приземного подслоя и АПС. Полученные значения соответствовали значениям этих величин на нижней границе моделируемого АПС при  $z = \zeta$ . Коэффициент турбулентности нижнего модельного слоя вычислен при помощи интегральных функций подобия для приземного подслоя.

Поскольку функции подобия для потоков тепла и влаги отличаются от функции подобия для потока количества движения в приземном подслое, то при интегрировании первого уравнения (1) внутри АПС масштабы турбулентности для тепла и влаги отличаются от масштаба турбулентности для количества движения (в нижней части АПС на 20—40 %; в верхней части они равны). Это соответственно относится и к коэффициентам турбулентности.

В экспериментах использована прямоугольная конечно-разностная сетка, имевшая  $23 \times 30 = 690$  ячеек с горизонтальным шагом 9 км. Число уровней модели по вертикали равно 20, а шаг по времени — 60 с. В данной версии модели высота ячеек моделируемой области и соответственно нижнего расчетного уровня задана постоянной (пренебрежение рельефом).

### 3. Краткое описание модели теплового и водного балансов

Эффективные температура поверхности  $T_s$  и отношение смеси  $q_s$  при  $z = z_0$  рассчитываются при помощи модели теплового и водного локального баланса. Модель рассчитывает все составляющие теплового и водного баланса на суше с учетом процессов в почве и на растительности [9].

В число переменных, рассчитываемых схемой на каждом шаге по времени, входят следующие:

- суммарное испарение, по которому рассчитывается  $q_s$ ,
- эффективная температура поверхности  $T_s$ ,
- температура в почве на двух расчетных уровнях,
- содержание в почве влаги в жидком и твердом состоянии по двум слоям .

В качестве внешнего параметра на подстилающей поверхности в каждой точке модельной области задается тип ландшафта (для модельной области использовано семь типов), которому соответствуют 14 постоянных характеристик (альбедо, шероховатость, листовой индекс, высота растительности, характеристики грунта и т. д.). Модель ранее протестирована по бассейну р. Роны (Франция) [10], по данным Валдайской гидрологической лаборатории [11], по району г. Печора [9] и другим полигонам. Значение параметра шероховатости растительности вычислялась из соотношения, учитывающего высоту растительности и общее проективное покрытие растительности [9].

Для исследуемого региона использовано семь типов ландшафтов:

- 1) хвойные вечнозеленые леса,
- 2) лиственные листопадные леса,
- 3) трава высотой до 30 см,
- 4) пашни (сезонная смена растительности),
- 5) сельскохозяйственные застройки и сады,
- 6) болота,
- 7) городские застройки.

Наиболее контрастны с точки зрения значений характеристик, определяющих тепловой и водный балансы, хвойные леса и городские застройки.

#### 4. Описание экспериментов

В данной работе модельный комплекс протестирован на основе данных для Московского региона.

На верхней ( $H = 2$  км) и боковых границах модельной области задавались значения температуры, влажности воздуха и горизонтальные составляющие скорости ветра, полученные в результате численных экспериментов на модели ОЦА Гидрометцентра России. Балл облачности и интенсивность осадков, использованные в балансной модели, также получены из модели ОЦА.

Для всех перечисленных величин осуществлена линейная интерполяция во все ячейки сетки локальной модели на верхней границе. На боковых границах также осуществлялась линейная интерполяция данных величин по высоте между нижним (8 м) и верхним (2 км) уровнями на все расчетные уровни АПС.

В данной работе для детализации использованы результаты базового эксперимента, выполненного по протоколу АМІР2 (проект сравнения моделей циркуляции атмосферы) на модели ОЦА за май—октябрь 1990 г. для сроков 6, 12, 18 и 24 ч. Для испытания выбран Московский

регион с координатами 36,6—39,4° в.д., 54,4—57,2° с. ш., который покрыт достаточно густой сетью из 14 метеостанций, необходимых для проверки качества результатов. Для оценки успешности процедуры гибридной детализации использованы выборки по приземной температуре и абсолютной влажности воздуха для 14 метеостанций Московской области для тех же сроков и за тот же период, предоставленные Гидрометцентром России.

Выбор интервала май—октябрь связан с тем, что начальное значение относительного влагосодержания почвы в начале мая можно принять близким к единице. Действительно, выбор начального момента интегрирования прямо зависит от влажности почвы и запаса воды в снеге как наиболее инерционных членов в системе тепло-влагообмена. Согласно предварительным экспериментам, изменение начальной относительной влажности почвы на 0,5 приводит к изменению среднемесячной температуры ближайшего месяца на 2 °С. Чувствительность модели к выбору начальных значений других характеристик незначительна.

Для верификации комплекса «модель АПС — модель теплового и водного баланса поверхности» проведен расчет приземных характеристик воздуха при всех идентичных параметрах модели, рассмотренной выше. Единственное отличие — задание на верхней границе модели фактических аэрологических данных на уровне 850 гПа, взятых из архива<sup>1</sup> для Москвы за май—октябрь 1990 г. При этом поля на верхней границе модели заданы однородными. На боковых границах задан ноль горизонтальных градиентов вычисляемых величин, нормальных к границе. Все результаты такого эксперимента приведены в табл. 1—3 под термином «по фактическим данным», который означает осреднение результатов модели по 14 ячейкам сетки, содержащим данные одной метеостанции из упомянутых 14.

## 5. Анализ результатов

Детализация результатов крупномасштабного моделирования означает приближение воспроизводимых временных рядов к фактическим, т. е. увеличение коэффициента корреляции и среднеквадратического отклонения (СКО), а также воспроизведение пространственных неоднородностей меньшего масштаба, чем воспроизводит крупномасштабная модель.

Результаты сравнения временных рядов приземной температуры и отношения смеси водяного пара приведены в табл. 1. Здесь и далее по

<sup>1</sup> Integrated Global Radiosonde Archive. ftp://ftp.ncdc.noaa.gov/pub/data/igra.

Таблица 1

**Коэффициенты корреляции между модельными и фактическими  
временными рядами приземных значений температуры воздуха  
и отношения смеси водяного пара**

Вид данных	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
<b>Температура</b>						
Без детализации	0,40	0,38	0,61	0,70	0,35	0,21
С детализацией	0,52	0,51	0,54	0,76	0,47	0,35
Фактические	0,90	0,94	0,93	0,93	0,84	0,73
<b>Отношение смеси</b>						
Без детализации	х	х	0,31	0,48	0,19	х
С детализацией	х	х	0,20	0,53	0,27	0,19
Фактические	0,82	0,82	0,79	0,74	0,77	0,64

Примечание: х — незначимые величины при 5 %-м уровне значимости.

Таблица 2

**Относительные среднеквадратические погрешности температуры  
за 1990 г.**

Вид данных	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
Без детализации	0,91	0,92	0,86	0,71	0,93	1,02
С детализацией	0,86	0,86	0,82	0,70	0,88	0,92
Фактические	0,47	0,44	0,52	0,65	0,41	0,72

Таблица 3

**Коэффициенты корреляции расчетных среднемесячных значений  
приземной температуры с фактическими данными  
для 13 метеостанций Московской области**

Вид данных	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
Входные данные из модели ОЦА	0,81	0,74	0,62	0,64	0,80	0,50
Фактические аэро- логические	0,78	0,74	0,74	0,72	0,77	0,55

тексту выражение «без детализации» означает данные модели ОЦА, осредненные по четырем узлам модельной сетки, соответствующим боковой границе области интегрирования модели АПС. Выражение «детализация» означает результаты расчетов по этой модели, осредненные по всей модельной области.

Все приведенные здесь коэффициенты корреляции являются значимыми при 5 %-м уровне значимости для выборки  $N = 120...124$  (че-



тыре срока в сутки) по критерию Фишера. Из табл. 1 следует, что рассматриваемый в статье алгоритм детализации позволяет улучшить временной ход приземной температуры, воспроизводимый моделью ОЦА. Это улучшение связано с более точным описанием суточного хода всех метеоэлементов за счет детального воспроизведения процессов вертикального обмена теплом и влагой внутри различных ландшафтов, представляющих данную территорию, а также за счет более точного описания вертикальной структуры всех моделируемых величин.

Временной ход влажности воздуха незначительно улучшается за счет детализации только в трех случаях из шести при общем низком качестве воспроизведения этой величины моделью ОЦА в свободной атмосфере. Об этом свидетельствуют высокие коэффициенты корреляции фактической влажности и модельных рядов, воспроизводимых по фактическим аэрологическим данным. Таким образом, возможность применения такого метода детализации для воспроизведения рядов приземной влажности воздуха напрямую зависит от улучшения описания рядов этой величины моделью ОЦА в свободной атмосфере.

Высокие коэффициенты корреляции температуры и влажности приземного воздуха между фактическими и модельными значениями, полученными по фактической аэрологии, говорят о возможности применения такого комплекса моделей для решения различных задач детализации данных (о моделировании ОЦА, модели прогноза погоды на различные сроки, объективный анализ полей).

Качество результатов детализации временного ряда температуры (из-за низкой корреляции для отношения смеси такая оценка не проводилась) количественно оценено путем расчета функций спектральных плотностей для трех рассматриваемых рядов на исследуемом интервале времени (5 месяцев — 612 точек). Для этого из исходных рядов были удалены соответствующие сезонные тренды. Результаты спектрального анализа приведены в табл. 4.

Заметим, что большая часть дисперсии формируется за счет двух узких интервалов частот (периодов):

- 1) низких частот (5—75 сут),
- 2) суточного хода (1,1—0,9 сут).

Остальные интервалы соответствуют ограниченному по частоте белому шуму.

В табл. 4 показано, что подсеточная детализация рядов, вычисляемых по модели ОЦА, улучшает статистическую структуру временных рядов за счет увеличения доли процессов, связанных с суточным ходом (амплитуда суточного хода температуры увеличивается более чем в 2 ра-

Таблица 4

**Интегралы от спектральной плотности приземной температуры воздуха  
по заданному интервалу частот  
и соответствующие доли этой величины в дисперсии ряда**

Интервал, сут	<i>N</i> %	Фактическая	Без детализации	Детализация
0,5—0,9	47	0,83/5	0,28/6	1,14/9
0,9—1,1	3	7,29/45	1,48/32	6,50/52
1,1—5	41	2,64/16	0,73/16	2,20/18
5—75	9	5,55/34	2,17/47	2,61/21
Дисперсия	—	16,30/100	4,66/100	12,45/100
Амплитуда суточного хода, °С	—	3,7	1,7	4,1
СКО, °С	—	4,04	2,16	3,53

Примечания. 1. *N* — доля данного интервала во всем частотном интервале. 2. Приведенные значения соответствуют дисперсии температуры в данном частотном интервале. 3. Числитель — спектральная плотность, (°С)<sup>2</sup>; знаменатель — доля спектральной плотности в дисперсии ряда, %.

за). При этом амплитуды низкочастотных составляющих при подсеточной детализации практически не меняются (по всей видимости, эти составляющие обусловлены крупномасштабными процессами).

Для оценки эффективности долгосрочных прогнозов на практике часто используется относительная среднеквадратическая погрешность *E*, которая вычисляется по следующей формуле (см. [4]):

$$E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_i - T_3)^2 / (D)}, \quad (4)$$

где *N* — длина ряда, *T* и *T<sub>3</sub>* — расчетная и наблюдаемая температура соответственно, *D* — дисперсия *T<sub>3</sub>*.

Результаты расчетов *E* приведены в табл. 4. Значения относительных погрешностей для отношения смеси водяного пара в силу низкой корреляции велики и составляют 1,0—3,5 для случая без детализации (для случая детализации погрешность всюду немного ниже). Погрешности для модельных данных этой характеристики, полученных по фактической аэрологии, составляют 0,7—0,9.

Табл. 2 показывает, что согласно данному критерию, детализация подсеточных процессов при помощи моделей данного типа немного уменьшает ошибки расчетов приземной температуры.

Для решения задачи пространственной детализации рассчитаны поля среднемесячной температуры для всех узлов сетки модельной области за упомянутый период времени. Затем значения этих величин в ячейках сетки, в которых расположены 14 метеостанций (для кото-

рых проведен временной анализ), сравнивались с наблюдаемыми значениями на этих же метеостанциях. В результате пространственного анализа выбрано 13 станций, для которых выполнен корреляционный анализ. Результаты такого анализа приведены в табл. 3. Все выборочные коэффициенты корреляции в табл. 3 значимы при 5 %-м уровне значимости для выборки  $N = 13$ .

Расчет аналогичных коэффициентов корреляции для отношения смеси водяного пара привел к отрицательным результатам — все аналогичные коэффициенты оказались незначимыми при выборке  $N = 13$  и поэтому здесь не приведены.

По формуле линейной регрессии между модельными и фактическими данными, полученной предварительно для каждого месяца, рассчитана среднемесячная температура в каждой ячейке исследуемой области (всего 640 точек). Этот расчет показал, что пространственное СКО для всей области в среднем по пяти месяцам в 2,5 раза больше, чем СКО по данным метеостанций. Причина такого несовпадения, очевидно, — однотипность ландшафтов вблизи точек наблюдений (городская застройка). Это говорит о возможности выявлять при помощи рассмотренного метода пространственные аномалии в поле среднемесячной температуры для различных целей, тем более что эти аномалии привязаны к определенным типам ландшафтов. Так, например, хвойные леса и болота создают отрицательные аномалии в поле температуры, а городские застройки и пашни, наоборот, приводят к повышению температурного фона.

Для подтверждения последнего вывода проведен аналогичный эксперимент для случая аномально холодного июля 1979 г. Сравнение расчетных полей средних июльских температур за 1979 и 1990 гг. показало, что, несмотря на различные циркуляционные ситуации (в июле 1979 г. преобладали холодные вторжения), эти поля имеют практически одну и ту же горизонтальную структуру (коэффициент корреляции между ними равен 0,91). Этот результат говорит о том, что пространственная структура среднемесячных полей приземной температуры данного масштаба обусловлена, главным образом, пространственным распределением различного типа ландшафтов. Этот вывод, а также высокая пространственная корреляция между расчетными и наблюдаемыми значениями, говорят о целесообразности и возможности использования данного метода пространственной детализации не только для результатов моделирования ОЦА, но и для целей краткосрочного прогноза и пространственного анализа мезомасштабных полей температуры.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты 04—05—64151, 04—05—64745, 06—05—64604, INTAS—03—051—5296) и грантом NATO — CLG981842.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Братсерт У. Х. Испарение в атмосферу. — Л.: Гидрометеоиздат, 1985. — 351 с.
2. Вагер Б. Г., Надежина Е. Д. Пограничный слой атмосферы в условиях горизонтальной неоднородности. — Л.: Гидрометеоиздат, 1979. — 136 с.
3. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1970. — 342 с.
4. Рубинштейн К. Г. Принципы создания системы обеспечения метеорологической информацией моделей дальнего переноса примеси в атмосфере и анализ некоторых результатов // Метеорология и гидрология. — 2002. — № 9. — С. 34—50.
5. Рубинштейн К. Г., Егорова Е. И. Оценка воспроизведения годового хода характеристик атмосферы и суши моделью ОЦА // Тр. ГМЦ. — 2000. — Вып. 333. — С. 41—98.
6. Рубинштейн К. Г., Игнатов Р. Ю., Гранберг И. Г., Гусева М. С. и др. Динамическая детализация краткосрочных численных прогнозов с помощью региональной численной модели на примере курортного региона Минеральные Воды // МЕТЕОСПЕКТР. — № 3. — 2005. — С. 8—17.
7. Рубинштейн К. Г., Новикова И. В. Испытание метода статистической детализации сезонного прогноза погоды для региона Москвы // Тр. ГМЦ РФ. — 2006. — Вып. 341. — С. 166—185.
8. Ставиский Д. Б. Моделирование влияния локальной адвекции на тепловой баланс растительного слоя // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1990. — Т. 26, № 6. — С. 571—578.
9. Шмакин А. Б., Рубинштейн К. Г. Валидация динамико-статистического метода детализации метеорологических параметров // Тр. ГМЦ РФ. — 2006. — Вып. 341. — С. 186—208.
10. Boone A., Habets F., Noilhan J., Clark D. et al. The Rhone-Aggregation land surface scheme intercomparison project: an overview // J. Climate. — 2004. — Vol. 17, N 1. — P. 187—208.
11. Luo L., Robock A., Vinnikov K. Ya., Schlosser C. A. et al. Effects of frozen soil on soil temperature, spring infiltration, and runoff: results from the PILPS 2(d) experiment at Valdai, Russia // J. Hydrometeorology. — 2003. — Vol. 4, N 2. — P. 334—351.
12. Mellor G. L., Yamada T. A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers // J. Atm. Sci. — 1974. — Vol. 31, N 7. — P. 1791—1806.