

Матрицы условных вероятностей для пар фаз планетарных волн, нелинейно взаимодействующих друг с другом

При разработке моделей для численного догосрочного прогноза погоды важнейшее значение имеет вопрос о том, как избавиться от явного описания в этих моделях динамики волн синоптического масштаба. Эти волны являются бароклинно неустойчивыми и предсказуемы только на короткие сроки. Теоретически их предел предсказуемости может достигать примерно месяца. Но на практике именно эти волны определяют положение примерно недельного предела предсказуемости всех масштабов движения в атмосфере. Т.е. эти волны оказываются не только сами весьма ограниченно предсказуемыми, но ошибки в их описании портят прогноз всех других атмосферных движений, включая движения длинных и ультрадлинных волн, которые наиболее существенны для долгосрочного прогноза погоды.

Для того чтобы избавиться от вредного воздействия ошибок описания движений синоптических волн на описание движений длинных и ультрадлинных волн в процессе длительного интегрирования прогностической модели, можно попытаться каким-то образом параметризовать движения синоптических волн в модели. Иначе говоря, описание движений синоптических волн в модели должно содержать только те компоненты этих движений, которые, с одной стороны, имеют важное влияние на динамику длинных и ультрадлинных волн, а с другой стороны, относительно мало неустойчивы. Следовательно, эти компоненты сравнительно мало подвержены искажению за счет неизбежных ошибок в начальных данных и потому могут быть предсказуемыми на сравнительно долгие сроки вперед.

Впервые идея такой параметризации была высказана более десяти лет назад в работе [2-5]. Затем в работах [1, 5] было найдено, что динамике планетарных волн, т.е. всех крупномасштабных волн, включая ультрадлинные, длинные и синоптические волны (зональные волновые числа от 1 до 10 и соответствующие старшие меридианальные волновые числа), свойственна определенная упорядоченность. Эта упорядоченность состоит в том, что из-за конечных горизонтальных размеров земной атмосферы и преобладания в умеренных широтах западно-восточного переноса скорости западно-восточного смещения планетарных волн рационально соизмеримы и в первом приближении описываются скростями Россби-Гаурвица. В результате фазы волн с одинаковыми зональными волновыми числами оказываются изменяющимися так, что их попарные разности близки к нулю (по модулю 2π). Этот факт был продемонстрирован в вышеупомянутых работах таким образом, что корреляция между одновременными значениями фаз так определенных пар планетарных волн оказывается весьма велика. Однако, строго говоря, корреляция является плохой мерой связи между фазами волн, потому что значение каждой фазы определено на конечном отрезке $(0 \div 2\pi)$, который бесконечно повторяется в обе стороны на числовой оси. По этой причине в корреляционных графиках пар фаз волн наблюдались скачки на величину $\pm 2\pi$. В этих условиях оцененные коэффициенты корреляции могут быть поставлены под сомнение, даже если они очень велики.

Чтобы избавиться от этого методического дефекта, в данной работе для изучения синхронных связей между фазами планетарных волн были рассчитаны матрицы вероятностей (частоты) попадания фазы одной из сравниваемых волн в некоторую градацию из числа градаций равномерного разбиения отрезка $(0 \div 2\pi)$, при условии, что фаза другой волны из сравниваемой пары попадает в некоторую другую градацию. Было выбрано равномерное разбиение отрезка $(0 \div 2\pi)$ на 16 градаций. Оценки матриц условных вероятностей, т.е. подсчет чисел случаев попадания одновременных значений фаз каждой рассматриваемой пары волн в каждую пару градаций из 16 был произведен по ряду пентадных средних полей геопотенциала поверхности 500 гПа северного полушария за

период с середины июля 1996 г. по конец 2003 г. включительно. Всего были использованы 532 значения каждой фазы.

На рис. 1 представлен пример такой матрицы для пары ультрадлинных волн с зональным волновым числом $m=1$ и меридианальными волновыми числами $n=1$ и $n=3$. Из рисунка видно, что повторяемости попадания пар значений фаз в ту или иную градацию чрезвычайно различны. В очень многие ячейки этой матрицы значения фаз рассматриваемых волн не попали ни разу. В то же время, в некоторые ячейки этой матрицы, стоящие на главной диагонали или, по крайней мере, вблизи главной диагонали, было очень много попаданий. Поскольку элементы на главной диагонали и вблизи нее соответствуют ситуациям, когда разности фаз волн малы, то обнаруженная предпочтительность попадания одновременных значений фаз рассматриваемых волн подтверждает существование феномена синхронизации в распространении волн в осредненных по пентадам полях геопотенциала поверхности 500 гПа северного полушария.

Различие в числе попаданий в ту или иную ячейку настолько велико, что можно заподозрить, что редкие попадания в ячейки, далекие от главной диагонали, обусловлены ошибками того объективного анализа поля геопотенциала поверхности 500 гПа северного полушария, который был использован для расчета фаз волн. Надо заметить, что точность оценки значения фазы волны по полю геопотенциала очень существенно зависит от того, насколько велика амплитуда рассматриваемой волны. Если амплитуда более или менее велика, то оценка значения фазы получается сравнительно точной. Это справедливо, по крайней мере, для крупномасштабных волн, длины которых заметно превосходят среднее расстояние между аэрологическими станциями, данные которых используются при объективном анализе. Если же амплитуда очень мала, то, как вполне очевидно, оценка значения фазы не может быть хорошей.

Для проверки предположения о том, что попадания одновременных значений фаз рассматриваемой пары волн во внедиагональные элементы матрицы условных повторяемостей на рис. 1 вызваны ошибками объективного анализа, и, значит, фактически такие сочетания значений фаз не наблюдаются в реальной атмосфере, были подсчитаны средние значения амплитуд для каждой из рассматриваемых волн, соответствующие каждой ячейке матрицы, показанной на рис. 1. На рис. 2 представлен результат этих расчетов применительно к амплитуде волны с меридианальным волновым числом $n=3$. Видно, что амплитуды в среднем больше, когда соответствующая ячейка находится на главной диагонали или близь ее, и сравнительно малы для элементов, далеких от главной диагонали. Картина для амплитуды волны с меридианальным волновым числом $n=1$ – похожая. Таким образом, действительно можно полагать, что попадание во внедиагональные элементы связано, по крайней мере отчасти, с ошибками объективного анализа поля геопотенциала, а в действительности одновременные значения фаз сравниваемых волн мало различаются.

Результаты расчетов матриц условных повторяемостей различных значений фаз для всех пар волн с одинаковыми зональными волновыми числами m от 1 до 9, и меридианальными волновыми числами $n=m$, $m+2$ представлены в нижеприведенной таблице. Заметим, что такие же матрицы были подсчитаны для пар волн с меридианальными волновыми числами $n=m+2$ и $m+4$. Все эти волны отличаются наибольшими амплитудами в каждом пакете волн с каким-либо определенным зональным волновым числом. Амплитуды же волн с $n=m+4$ и более настолько малы, что характеристики этих волн уже не могут быть оценены по существующим объективным анализам сколько-нибудь надежно. Это же самое можно сказать про волны с зональными волновыми числами более $m=9$ [6].

Работа выполнена в рамках российско-польского сотрудничества в области гидрометеорологии и при частичной финансовой поддержке по контракту KBN/6P04E 068 20/Poland.

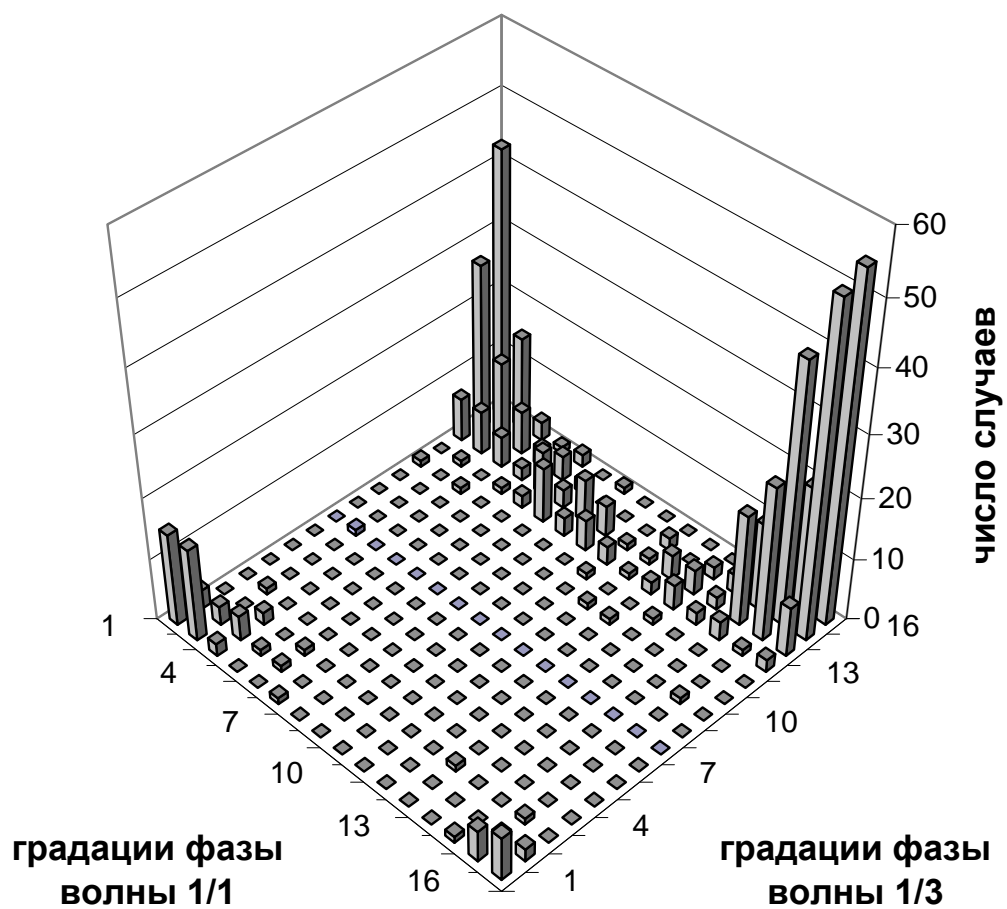


Рис. 1. Матрица повторяемостей попадания в различные градации из числа 16 градаций, на которые был разбит диапазон значений фаз ($0 \div 2\pi$), одновременных значений фаз для пары ультрадлинных волн с одинаковыми зональными волновыми числами ($m=1$) и разными меридианальными волновыми числами ($n=1$ и $n=3$).

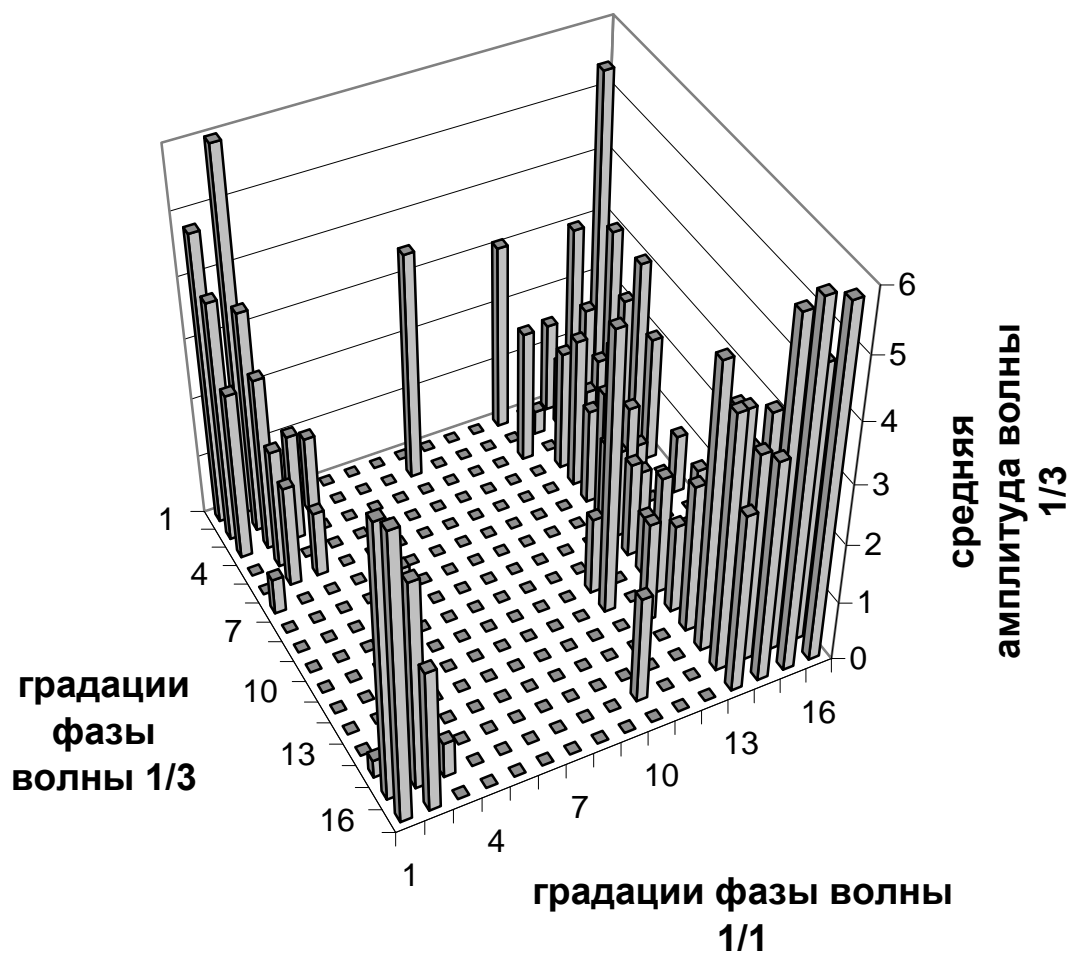


Рис. 2. Матрица средних значений амплитуды волны с зональным волновым числом $m=1$ и меридианальным волновым числом $n=3$ в зависимости от того, в какую из ячеек этой матрицы попадали одновременные значения фаз для пары ультрадлинных волн с одинаковыми зональными волновыми числами ($m=1$) и разными меридианальными волновыми числами ($n=1$ и $n=3$).

$m/m=2/2$	5	0	0	6	8	12	11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	1	0	2	6	9	4	2	0	1	0	0	0	0	0	0
	7	0	1	0	1	4	9	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	1	0	2	0	0	2	1	4	1	0	0	0	0	0	0	0
	9	1	0	0	2	1	1	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	1	0	1	2	1	0	2	3	1	0	0	0	0	0	0
	11	0	0	0	1	2	0	1	2	1	0	0	1	0	0	0	0
	12	0	1	0	0	2	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	1	0	0	1	3	1	2	3	3	0	0	1	0	0	0	0
	14	0	1	3	2	3	1	3	2	2	1	1	0	3	0	1	1
	15	3	8	9	6	8	9	13	6	3	3	6	1	3	0	0	3
16	3	14	21	19	10	9	7	1	1	0	1	0	0	0	1	2	

		$m/m+2=3/5$															
$m/m=3/3$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	1	9	2	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3	4	12
	2	8	6	3	0	0	0	0	0	0	1	0	3	2	2	5	4
	3	6	6	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	3
	4	1	5	9	4	2	3	0	0	1	0	1	0	0	1	3	6
	5	2	2	5	5	2	1	2	2	0	0	0	1	1	2	0	1
	6	0	3	1	1	1	4	1	2	1	0	2	1	0	2	1	1
	7	0	0	0	0	2	1	1	0	4	1	1	0	0	0	0	1
	8	1	0	0	1	1	2	0	7	5	3	3	4	3	1	1	1
	9	0	1	0	1	1	0	0	1	6	6	6	1	1	0	2	0
	10	1	0	0	0	0	0	1	1	2	6	8	12	11	1	3	0
	11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	9	12	10	2	1	1
	12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	4	26	8	1	1
	13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	22	16	9	4
	14	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	22	17	2
	15	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	4	14	10
16	5	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	4	9	12	

		$m/m+2=4/6$															
m/m		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	1	9	8	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	5	4
	2	7	3	4	1	1	2	0	0	0	1	0	0	0	1	1	5
	3	3	3	6	2	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2
	4	1	5	3	2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	5	0	1	5	3	4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	1	0	10	6	7	4	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	5	2	4	2	1	3	1	0	2	2	0	1	

=4/4	8	0	1	0	0	0	0	6	5	7	3	1	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	1	0	1	0	2	9	16	3	2	3	1	1	0
	10	1	2	1	0	0	0	1	3	7	10	5	8	2	1	1	0
	11	0	1	0	1	0	0	1	0	2	1	10	11	11	0	0	0
	12	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3	4	13	19	5	2	0
	13	3	0	0	1	0	0	1	0	0	3	0	9	19	17	0	3
	14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	10	25	11	3
	15	4	1	3	0	0	0	1	0	2	1	1	0	3	7	16	9
	16	8	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	7	8

		$m/m+2=5/7$																
$m/m=5/5$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
	1	4	4	3	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	3
	2	5	7	4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
	3	1	5	8	7	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0
	4	0	2	4	13	6	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
	5	1	1	4	7	14	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	6	0	0	2	3	9	20	6	1	0	2	0	0	0	2	0	0	0
	7	0	2	1	1	4	7	18	12	3	1	1	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	1	0	2	3	6	19	13	4	2	0	0	0	2	1	0
	9	2	0	0	0	2	1	3	3	12	11	7	3	1	0	0	0	0
	10	0	0	1	2	1	2	1	1	14	15	4	4	2	0	0	0	0
	11	1	0	1	0	1	0	0	2	0	3	10	7	7	2	2	2	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	8	5	3	2	2	2
	13	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	8	9	5	1	1
	14	5	2	0	0	0	1	0	0	0	0	2	1	1	2	11	2	2
	15	4	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	3	11	9	9
16	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	8	

		$m/m+2=6/8$															
$m/m=6/6$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	1	10	19	11	5	5	1	2	0	0	1	0	0	0	1	0	2
	2	1	5	12	9	2	2	0	3	1	0	0	0	0	0	0	1
	3	1	0	3	13	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	4	0	0	1	4	9	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	4	6	5	3	2	0	1	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	1	7	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	2	5	7	4	1	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	1	1	4	4	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	1	3	4	7	2	1	0	1	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	1	3	4	6	10	3	0	0	0	0	0

	11	0	0	0	0	1	1	2	2	5	8	13	5	1	0	0	0
	12	0	0	0	1	1	0	1	1	3	5	9	15	5	1	0	0
	13	1	3	0	1	1	1	0	0	3	1	6	14	14	7	2	1
	14	2	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	8	8	14	10	5
	15	4	2	2	0	0	0	1	0	0	3	0	2	2	7	15	9
	16	17	5	2	6	3	4	0	1	0	0	0	0	0	1	5	15

		<i>m/m+2=7/9</i>															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>m/m=7/7</i>	1	26	27	9	1	2	0	1	0	0	0	0	0	2	2	7	20
	2	11	22	24	5	3	1	0	1	1	0	0	0	2	0	0	1
	3	0	4	13	15	2	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
	4	0	1	2	10	10	9	7	2	1	1	1	0	0	0	0	0
	5	0	0	1	4	11	8	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	1	0	2	6	3	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	1	1	2	4	2	1	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	1	3	0	2	1	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	1	2	5	4	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	1	1	1	0	4	3	0	0	0	0	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	2	0	0	0	1
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	4	1	1	1	0
	13	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	3	7	1	0	0
	14	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	3	3	8	16	2	2
	15	4	1	1	0	0	0	0	1	0	0	5	2	6	8	22	10
	16	17	7	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	4	5	8	34

		<i>m/m+2=8/10</i>															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>m/m=8/8</i>	1	11	11	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	2	6	14	12	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
	3	3	6	19	6	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
	4	0	0	10	15	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	2	3	3	14	16	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	6	2	0	2	1	9	6	4	1	0	0	0	1	0	0	0	0
	7	0	1	0	2	5	4	6	3	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	1	2	0	4	1	2	6	8	0	1	0	3	0	1	1	1
	9	2	0	0	3	3	1	4	7	10	11	4	0	2	0	0	1
	10	1	0	3	2	1	2	0	3	4	1	4	4	3	1	1	0
	11	0	0	0	1	0	2	0	1	2	3	5	7	5	2	1	2
	12	3	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	9	6	4	2	3
	13	2	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	5	7	7	6

	14	4	1	1	0	1	0	0	0		0	0	0	4	4	11	13
	15	9	3	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4	5	11
	16	13	4	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	9

		<i>m/m+2=9/11</i>															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>m/m=9/9</i>	1	8	7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	2	6	13	3	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	3	4	4	12	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	4	0	1	11	14	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	4	3	3	7	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	3	7	10	12	9	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	1	3	3	12	13	4	3	2	0	0	0	0	0	1	1
	8	1	3	2	3	4	7	6	10	4	3	0	2	0	0	0	1
	9	3	1	1	1	1	2	4	6	6	11	3	0	3	1	1	2
	10	2	1	0	1	1	1	7	1	11	4	2	4	2	1	3	4
	11	1	2	0	0	4	0	1	2	1	7	4	8	4	4	1	4
	12	2	1	2	1	1	1	0	1	0	3	2	5	7	6	4	2
	13	2	3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	1	10	4	1
	14	6	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	8	7
	15	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	4	7
	16	8	1	2	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	4

Список литературы

1. Власова И.Л., Зимин Н.Е., Сонечкин Д.М. Релаксационные колебания и синхронизация фаз планетарных волн // Метеорология и гидрология. – 1989. - № 11. – С. 33-42.
2. Сонечкин Д.М. Стохастичность в моделях общей циркуляции атмосферы // Л.: Гидрометеоиздат. - 1984. 284 с.
3. Сонечкин Д.М. Некоторые методические вопросы исследования и моделирования долгопериодных колебаний общей циркуляции атмосферы // Труды Гидрометцентра СССР. - 1987. – Вып. 278. С. 3-27.
4. Сонечкин Д.М. Специальная инициализация уравнений гидротермодинамики атмосферы для целей численного долгосрочного прогноза погоды // Труды Гидрометцентра СССР. - 1987. – Вып. 290. С. 3-16.
5. Сонечкин Д.М. Стохастичность атмосферной динамики и проблема долгосрочного прогноза // сб. Шестьдесят лет Центру гидрометеорологических прогнозов. - 1989. - С. 171-190.
6. Сонечкин Д.М., Казанджан Г.П. Итерационная схема спектрального объективного анализа синоптических и аэрологических наблюдений // Труды Гидрометцентра СССР. - 1982. – Вып. 251. С. 17-26.