УДК 551.6

Оценка влияния конфигурации наблюдательной сети на точность долгосрочных прогнозов речного стока

С.В. Борщ, Е.А. Леонтьева, Ю.А. Симонов, А.В. Христофоров

Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации, г. Москва, Россия
borsch@mecom.ru, simonov@mtcom.ru

Предложены правила оценки влияния количества и расположения пунктов наблюдений (конфигурации сети) на погрешность долгосрочного прогноза речного стока, в котором наблюдаемая гидрометеорологическая характеристика используется в качестве предиктора. Это влияние определяется ролью этого предиктора в методике прогнозирования, числом используемых для его определения пунктов наблюдений, показателем степени неравномерности их распределения по территории водосбора и показателем синхронности многолетних колебаний рассматриваемой гидрометеорологической характеристики в этих пунктах. Рекомендована процедура статистического анализа многолетних данных наблюдений за рассматриваемой гидрометеорологической характеристикой для определения параметров используемой стохастической модели поля рассматриваемой характеристики, проверки применимости этой модели и получения конкретной оценки влияния конфигурации наблюдательной сети на точность гидрологического прогноза. Выполнен анализ пространственно-временной изменчивости максимальных запасов воды в снежном покрове бассейна Верхней Волги. Доказана применимость предлагаемой стохастической модели и реализованы вытекающие из нее правила оценки влияния конфигурации сети снегомерных маршрутов на точность долгосрочного прогнозирования весеннего притока воды в Рыбинское и Горьковское водохранилища.

Ключевые слова: конфигурация сети гидрометеорологических наблюдений, погрешность прогнозов речного стока, стохастическая модель, изменчивость максимальных запасов воды в снежном покрове бассейна Верхней Волги

Evaluation of observation network configuration impact on long-range streamflow forecast accuracy

S.V. Borsch, E.A. Leonteva, Yu.A. Simonov, A.V. Khristoforov

Hydrometeorological Research Center of Russian Federation, Moscow, Russia
borsch@mecom.ru, simonov@mtcom.ru

In case of using some observed hydrometeorological element as predictor in long-range streamflow forecast, the rules are proposed for evaluation of observation network configuration impact on the forecast error. This impact is defined by predictor contribution to forecasting technique, by the number of observation sites within a watershed, their spatial nonuniform distribution index, and the degree of long-term variations synchronicity in these locations. Considering the hydrometeorological element (predictor), statistical analysis of its long-term observation data is recommended for defining its stochastic model parameters, for testing the model applicability, and for deriving a specific estimate of observation network configuration impact on hydrological forecast accuracy. Spatio-temporal variability analysis of peak snow water equivalent in the Upper Volga basin is performed. The applicability of the proposed stochastic model is proved, and the rules of evaluation of snow route network configuration impact on long-range spring reservoir inflow forecast accuracy are implemented for Rybinsk and Gorky reservoirs.

Keywords: configuration of hydrometeorological observation network, streamflow forecast error, stochastic model, variability of peak snow water equivalent in the Upper Volga basin

Введение

Наземная гидрометеорологическая сеть Росгидромета включает сеть гидрологических постов, сеть метеорологических станций и постов, сеть снегомерных маршрутов и сеть агрометеорологических станций. Конфигурация сети определяется количеством станций или постов, их расположением и составом наблюдений. Поступающие с этой сети данные являются информационной базой для прогнозирования элементов гидрологического режима водных объектов, надежность и своевременность которого является важным фактором обеспечения эффективного и безопасного функционирования водохозяйственного комплекса страны [5, 6, 9, 11].

Совершенствование отечественной сети гидрометеорологических наблюдений является актуальной и важной задачей, решение которой должно включать открытие новых станций и постов, закрытие нерепрезентативных, восстановление ранее действовавших и смену состава наблюдений [1, 2, 5, 7]. Обоснование этих мероприятий должно включать решение следующих задач:

– определение стоимости создания или восстановления пунктов наблюдений и их функционирования;

– расчет экономического ущерба от ошибок гидрологических прогнозов;

– оценка влияния конфигурации гидрометеорологической сети на вероятные размеры этих ошибок.

В связи с этим предлагается оценка влияния конфигурации наблюдательной сети на точность долгосрочных прогнозов речного стока, которая демонстрируется на примере долгосрочного прогноза весеннего притока воды в водохранилища Верхней Волги.

Постановка задачи

Для получения долгосрочных прогнозов речного стока и притока воды в водохранилища используются различные методы, описанные в [8, 9, 11]. При использовании физико-математических моделей формирования стока учитывается пространственное распределение по территории водосбора характеристик условий его формирования. Использование таких моделей предполагает не характерный для нашей страны высокий уровень гидрометеорологической изученности территории и включает объективный анализ полей метеорологических элементов [4, 11]. В отечественной гидрологии используются концептуальные модели и физико-статистические зависимости, в которых учитываются осредненные по территории водосбора характеристики условий формирования речного стока, известные к дате составления его прогноза. В частности, при долгосрочном прогнозировании притока воды в водохранилища бассейна Волги используются средние для их водосборов значения максимальных запасов воды в снежном покрове и ледяной корке, влажности и глубины промерзания почвы перед началом снеготаяния [8].

Обозначим через X одну из учитываемых при прогнозе гидрометеорологических характеристик. Она образует случайное поле $X(s,t)$, определяющее ее значения для точки водосбора с географическими координатами $s=(\varphi,\lambda)$ и для года t выпуска прогноза. Осреднение поля $X(s,t)$ приводит к интегральному процессу

$$X(t)=\frac{1}{|B|}\iint_B X(s,t)ds\,, \tag{1}$$

где B – множество точек водосбора; $|B|$ – его площадь.

В идеале при получении долгосрочного прогноза характеристики речного стока или притока в водохранилище $Y(t)$ для года t в качестве предиктора следовало бы использовать интегральное значение $X(t)$, однако из-за ограниченности числа пунктов гидрометеорологических наблюдений оно не может быть известно в точности.

Оценка величины $X(t)$ основана на данных многолетних гидрометеорологических наблюдений в m пунктах, расположенных на территории водосбора и его окрестностях. В зависимости от рассматриваемой характеристики X эти пункты соответствуют регулярным маршрутам снегомерных съемок, метеорологическим или агрометеорологическим станциям. При наличии лет n совместных наблюдений располагаемая информация образована рядами $X_i(1)$, …, $X_i(n)$ для всех $i=1$, …, m.

Для каждого года в качестве предиктора используется оценка величины $X(t)$, равная средневзвешенному значению величин $X_1(t)$, …, $X_m(t)$:

$$\widetilde{X}(t)=\sum_{i=1}^{m}\varphi_i\,X_i(t)\,. \tag{2}$$

Сумма весовых коэффициентов принимается равной единице, то есть $\sum_{i=1}^{m}\varphi_i=1$. Весовые коэффициенты $\varphi_1,\ldots,\ \varphi_m$ могут определяться вероятностно-статистическими методами с учетом специфики природных условий водосбора и прогнозируемого явления. Часто все эти коэффициенты принимаются одинаковыми и равными $1/m$ [8, 9, 12, 13].

При достаточно продолжительном периоде совместных гидрометеорологических наблюдений и разумном построении схемы получения прогноза гидрологической характеристики Y точность прогноза определяется теснотой зависимости этой характеристики от используемых предикторов. Теснота зависимости величины Y от определяемого формулой (2) предиктора $\widetilde{X}$ характеризуется коэффициентом корреляции между ними $r(Y,\widetilde{X})$. Если обозначить через D_Y дисперсию прогнозируемой величины, то влияние этого предиктора на погрешность прогноза приближенно определяется величиной $D_Y[1-r^2(Y,\widetilde{X})]$ [3]. Коэффициент $r(Y,\widetilde{X})$ практически всегда может быть представлен в виде:

$$r(Y,\widetilde{X}) = r(Y,X)r(X,\widetilde{X}). \tag{3}$$

Коэффициент корреляции $r(Y,X)$ между процессами $Y(t)$ и $X(t)$ не подлежит непосредственному определению, однако в отличие от коэффициента $r(X,\widetilde{X})$ он не зависит от числа и расположения используемых пунктов наблюдений.

Коэффициент корреляции $r(X,\widetilde{X})$ между процессами $X(t)$ и $\widetilde{X}(t)$ зависит от числа и расположения используемых пунктов наблюдений, а также от пространственно-временной изменчивости характеристики X, т. е. от свойств поля $X(s,t)$. Таким образом, он характеризует влияние конфигурации наблюдательной сети на точность гидрологического прогноза.

Модель поля гидрометеорологической характеристики

В последующем анализе используется достаточно естественное и проверяемое предположение об отсутствии корреляции между интегральным процессом $X(t)$ и значением остаточного поля $X(s,t)-X(t)$ в каждой точке водосбора. При этом поле $X(s,t)$ не предполагается однородным и, следовательно, его математическое ожидание $M(s)$ и дисперсия $D(s)$ могут меняться в пределах территории водосбора. Данное предположение определяет стохастическую модель поля, которая выражается формулой:

$$X(s,t) = X(t) + \Delta(s) + \sigma(s)\varepsilon(s,t). \tag{4}$$

В каждой точке водосбора s процесс $\varepsilon(s,t)$ не коррелирует с процессом $X(t)$ и имеет нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию. Величина $\sigma^2(s)$ определяет дисперсию остаточного поля в этой точке. Если обозначить через M_0 и D_0 математическое ожидание и дисперсию процесса $X(t)$, то математическое ожидание $M(s)$ и дисперсия $D(s)$ поля $X(s,t)$ в точке s равны $M_0 + \Delta(s)$ и $D_0 + \sigma^2(s)$.

Процесс $X_i(t) = X(s_i, t)$ многолетних колебаний характеристики X в каждом пункте наблюдений с номером $i = 1, \ldots, m$ определяется формулой (4) после подстановки в нее координат точки s_i, в которой он находится. Математическое ожидание и дисперсия этого процесса определяются формулами: σ_i^2

$$M_i = M_0 + \Delta_i, \tag{5}$$

$$D_i = D_0 + \sigma_i^2, \tag{6}$$

где величины Δ_i и σ_i^2 определяют значения $\Delta(s_i)$ и $\sigma^2(s_i)$ в точке s_i.

Если обозначить через ρ_{ij} коэффициент корреляции между процессами $\varepsilon(s_i,t)$ и $\varepsilon(s_j,t)$, то ковариация процессов $X_i(t)$ и $X_j(t)$ выражается формулой:

$$C_{ij} = D_0 + \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j. \tag{7}$$

Дисперсия предиктора $\widetilde{X}$ может быть представлена в виде:

$$D(\widetilde{X}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\varphi_i\varphi_j C_{ij} = D_0 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\varphi_i\varphi_j\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j. \tag{8}$$

Следует обратить внимание на то, что для любого пункта с номером i ковариация процессов $X(t)$ и $X_i(t)$ всегда равна D_0, поэтому квадрат коэффициента корреляции $r(X,\widetilde{X})$ равен

$$r^2(X,\widetilde{X}) = \frac{D_0}{D(\widetilde{X})}. \tag{9}$$

Целесообразно ввести среднюю дисперсию остаточного поля σ^2 и среднюю дисперсию D поля $X(s,t)$ в m пунктах наблюдения:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{m}\varphi_i\,\sigma_i^2, \tag{10}$$

$$D = \sum_{i=1}^{m}\varphi_i\,D_i = D_0 + \sigma^2. \tag{11}$$

Средний вклад дисперсии D_0 интегрального процесса $X(t)$ в дисперсию многолетних колебаний поля $X(s,t)$ в каждом пункте наблюдений определяет величина

$$r^2 = \frac{D_0}{D_0 + \sigma^2}. \tag{12}$$

Показатель r^2 можно интерпретировать как среднее значение квадрата коэффициента корреляции между процессами $X(t)$ и $X_i(t)$ при всех $i = 1, \ldots, m$.

Формула (12) позволяет выражать величины σ^2 и D_0 через показатель r^2 и среднюю дисперсию D поля в m пунктах наблюдения:

$$\sigma^2 = (1 - r^2)D, \tag{13}$$

$$D_0 = r^2 D. \tag{14}$$

Целесообразно ввести показатель ρ, который одновременно характеризует степень синхронности многолетних колебаний остаточного поля в m пунктах наблюдений и степень неравномерности их распределения по территории водосбора. Этот показатель должен соответствовать следующим двум условиям.

1. При полной синхронности многолетних колебаний остаточного поля во всех пунктах ($\rho_{ij} = 1$) или при концентрации всех пунктов в одном небольшом кластере показатель ρ и дисперсия предиктора $D(\widetilde{X})$ достигают своего максимального значения $\rho = 1$ и $D(\widetilde{X}) = D_0 + \sigma^2$.

2. При полном отсутствии корреляции между многолетними колебаниями остаточного поля во всех пунктах ($\rho_{ij} = 0$ при $i \neq j$) и равномерном расположении пунктов на территории водосбора показатель ρ и дисперсия предиктора $D(\widetilde{X})$ достигают своего минимального значения $\rho = 0$ и $D(\widetilde{X}) = D_0 + \dfrac{\sigma^2}{m}$.

Из этих условий следует, что при произвольном значении показателя ρ от нуля до единицы дисперсия предиктора выражается формулой:

$$D(\widetilde{X}) = D_0 + \sigma^2\left(\rho + \frac{1-\rho}{m}\right). \tag{15}$$

Формулы (8) и (15) позволяют получить определение показателя ρ в виде:

$$\rho = \frac{m\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\varphi_i\varphi_j\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j - \sigma^2}{\sigma^2(m-1)}. \tag{16}$$

С учетом формул (13) и (14) получаем выражение для квадрата коэффициента корреляции $r(X, \widetilde{X})$, который характеризует влияние конфигурации наблюдательной сети на точность гидрологического прогноза:

$$r^2(X, \widetilde{X}) = \frac{r^2}{r^2 + (1-r^2)\left(\rho + \dfrac{1-\rho}{m}\right)}. \tag{17}$$

Из формулы (17) следует, что своего минимального значения, равного r^2, коэффициент $r(X,\widetilde{X})$ достигает при наличии на территории водосбора всего одного пункта наблюдений, то есть при $m = 1$. Своего максимального значения, близкого к 1, коэффициент $r(X,\widetilde{X})$ достигает при наличии практически идеальной сети наблюдений с близким к нулю показателем степени синхронности многолетних колебаний остаточного поля в этих пунктах и степени неравномерности их распределения ρ и при очень большом числе пунктов m.

Таким образом, максимальный эффект от развития наблюдательной сети достигается при низких значениях параметра r^2. В этом случае ход многолетних колебаний характеристики X отличается своеобразием в различных точках водосбора и, следовательно, необходимо иметь большое число пунктов наблюдений, чтобы правильно описать поле $X(s,t)$ и получить достаточно точную оценку интегрального процесса $X(t)$.

При высоких значениях параметра r^2 ход многолетних колебаний характеристики X в различных точках водосбора практически повторяет ход интегрального процесса $X(t)$ и, следовательно, достаточно иметь небольшое число пунктов наблюдений.

Оптимизация процедуры получения предиктора

Согласно формулам (3) и (9) зависимость прогнозируемой характеристики речного стока Y от предиктора $\widetilde{X}$ будет максимальной, когда дисперсия предиктора $D(\widetilde{X})$ достигает своего минимального значения. Это определяет требования, которым должны удовлетворять оптимальные значения весовых коэффициентов φ_1,..., φ_m в формуле (2):

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{m}\varphi_i\varphi_j C_{ij} \to \min, \\ \sum\limits_{i=1}^{m}\varphi_i = 1. \end{cases} \qquad (18)$$

Система условий (18) определяет известную в математической статистике задачу Маркова [7]. Для каждого $i = 1,..., m$ оптимальное значение весового коэффициента равно

$$\varphi_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{m} u_{ij}}{\sum\limits_{p=1}^{m}\sum\limits_{q=1}^{m} u_{pq}}, \qquad (19)$$

где u_{ij} – элементы матрицы, обратной к ковариационной матрице $C = (C_{ij})$ при $i, j = 1,...,m$. При оптимальных весовых коэффициентах дисперсия определяемого расчетной формулой (2) предиктора равна

$$D(\widetilde{X}) = \frac{1}{\sum_{p=1}^{m}\sum_{q=1}^{m} u_{pq}}. \tag{20}$$

Пример 1

При $m = 2$ формула (19) определяет оптимальные весовые коэффициенты в виде:

$$\varphi_1 = \frac{D_2 - C_{1,2}}{D_1 + D_2 - 2C_{1,2}},\ \varphi_2 = \frac{D_1 - C_{1,2}}{D_1 + D_2 - 2C_{1,2}}. \tag{21}$$

Минимальная дисперсия предиктора равна

$$D(\widetilde{X}) = D_0 + \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho_{1,2}^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2}. \tag{22}$$

Пример 2

При отсутствии корреляции между значениями остаточного поля во всех m пунктах, т. е. при условии $\rho_{ij} = 0$ для всех $i \neq j$, формула (19) определяет оптимальные весовые коэффициенты в виде:

$$\varphi_i = \frac{D_i^{-1}}{\sum_{j=1}^{m} D_j^{-1}}. \tag{23}$$

Минимальная дисперсия предиктора равна

$$D(\widetilde{X}) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{m} D_j^{-1}}. \tag{24}$$

В частности, при равенстве $\sigma_1^2 = \ldots = \sigma_m^2$ всех дисперсий остаточного поля в пунктах наблюдения все оптимальные весовые коэффициенты равны $1/m$.

Пример 3

Во всех пунктах наблюдения дисперсии остаточного поля одинаковые и равны σ^2. Пункты сгруппированы в l кластеров, в пределах которых коэффициенты корреляции ρ_{ij} близки к единице. Между пунктами, расположенными в разных кластерах, коэффициенты корреляции ρ_{ij} одинаковы и равны ρ. При таких условиях минимизация дисперсии предиктора $D(\widetilde{X})$ и, следовательно, достижение максимума его коэффициента корреляции с прогнозируемой величиной требует оставление в каждом кластере с номером j только одного с ежегодными значениями рассматриваемой характеристики $X_j(t)$. При этом оптимальный вариант формулы (2) приобретает вид:

$$\widetilde{X}(t) = \frac{1}{l}\sum_{j=1}^{l} X_j(t). \tag{25}$$

Минимальная дисперсия такого предиктора равна

$$D(\widetilde{X}) = D_0 + \frac{\sigma^2}{l}[1 + \rho(l-1)]. \tag{26}$$

Оценка параметров модели

Для определения входящих в формулу (17) параметров необходимо выполнить статистический анализ рядов многолетних наблюдений в m пунктах наблюдений.

Для каждого пункта с номером i по ряду $X_i(1),..., X_i(n)$ следует получить стандартные статистические оценки математического ожидания M_i и дисперсии D_i. Для каждой пары пунктов $i, j = 1,..., m$ следует получить стандартные статистические оценки ковариации C_{ij}. Оценка средней дисперсии D многолетних колебаний рассматриваемой гидрометеорологической характеристики X в m пунктах наблюдения определяется формулой (11) после подстановки в нее оценок дисперсий D_i при всех $i = 1,..., m$.

Математическое ожидание и дисперсия определяемого формулой (2) предиктора оцениваются формулами:

$$\widetilde{M} = \sum_{i=1}^{m} \varphi_i M_i = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \widetilde{X}(t), \tag{27}$$

$$D(\widetilde{X}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \varphi_i \varphi_j C_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}[\widetilde{X}(t) - \widetilde{M}]^2. \tag{28}$$

Важнейшим параметром модели является дисперсия D_0 процесса $X(t)$, который представляет дисперсию осредненного по территории водосбора поля рассматриваемой гидрометеорологической характеристики. Из формулы (6) следует, что эта дисперсия всегда меньше любой дисперсии многолетних колебаний рассматриваемой гидрометеорологической характеристики во всех m пунктах наблюдений. Таким образом, величина D_0 является нижним пределом для всех значений D_i при $i = 1, \ldots, m$. Данное обстоятельство определяет процедуру статистической оценки этого параметра.

Все оценки $D_1, \ldots, D_m$ следует расположить в возрастающем порядке, образуя вариационный ряд $D_{(1)} \le \ldots \le D_{(m)}$, в котором наименьший член равен $D_{(1)}$, а наибольший равен $D_{(m)}$. Оценка D_0 может рассчитываться по формуле:

$$D_0 = \frac{mD_{(1)}}{m-1} - \frac{D_{(m)}}{m-1}. \tag{29}$$

Оценка средней дисперсии остаточного поля определяется формулой:

$$\sigma^2 = D - D_0. \tag{30}$$

Показатель роли интегрального процесса $X(t)$ в изменчивости многолетних колебаний поля $X(s,t)$ в различных точках водосбора может оцениваться в виде:

$$r^2 = \frac{D_0}{D}. \tag{31}$$

Оценка показателя синхронности многолетних колебаний остаточного поля в m пунктах наблюдений и степени неравномерности их распределения по территории водосбора определяется выражением:

$$\rho = \frac{m[D(\widetilde{X}) - D_0] - \sigma^2}{\sigma^2(m-1)}. \tag{32}$$

Подстановка этих оценок в формулу (17) позволяет определить квадрат коэффициента корреляции $r(X, \widetilde{X})$, который характеризует влияние конфигурации наблюдательной сети на точность гидрологического прогноза.

Проверка применимости модели

Полученные результаты основаны на предположении об отсутствии корреляции между процессом $X(t)$ и значением остаточного поля $X(s,t) - X(t)$ в каждой точке водосбора s. Если число пунктов наблюдений m достаточно велико и они относительно равномерно распределены по территории водосбора, то для проверки этого предположения рекомендуется следующая процедура.

1. Ежегодное значение процесса $X(t)$ заменяется средним арифметическим $\overline{X}(t)$ величин $X_1(t), \ldots, X_m(t)$.

2. Для каждого пункта с номером $i = 1,..., m$ вычисляется стандартная статистическая оценка r_i коэффициента корреляции между многолетними рядами $\overline{X}(t)$ и $X_i(t) - \overline{X}(t)$ при $t = 1,\ldots,n$.

3. Проверяемое предположение равносильно гипотезе о равенстве нулю математического ожидания каждой оценки r_i при $i = 1,..., m$. В этом случае ее дисперсия приблизительно равна $1/n$, а величина nr_i^2 приблизительно подчиняется распределению вероятностей хи-квадрат с одной степенью свободы [10].

4. Гипотезу следует принять, а используемую модель случайного поля рассматриваемой гидрометеорологической характеристики можно признать статистически обоснованной, если выполняется неравенство:

$$U^2 = n\sum_{i=1}^{m} r_i^2 < \chi_m^2(\alpha), \quad (33)$$

где $\chi_m^2(\alpha)$ – квантиль распределения хи-квадрат с m степенями свободы, соответствующий вероятности превышения α, которая определяет уровень значимости предлагаемого критерия, т. е. вероятность ошибочного отбрасывания верной гипотезы. Значения $\chi_m^2(\alpha)$ помещены в табл. 1.

Таблица 1. Значения квантиля $\chi_m^2(\alpha)$

Table 1. The values of quantile $\chi_m^2(\alpha)$

	$n=20$	$n=40$	$n=60$	$n=80$
$\alpha = 1\%$	37,57	63,69	88,38	112,33
$\alpha = 5\%$	31,41	55,76	79,08	101,88
$\alpha = 10\%$	28,41	51,80	74,40	96,58

Анализ поля максимальных запасов воды в снежном покрове бассейна Верхней Волги

В качестве гидрометеорологической характеристики X рассматриваются максимальные запасы воды в снежном покрове, которые определяются по данным снегомерных маршрутов и являются важнейшей прогностической характеристикой условий формирования весеннего притока воды в водохранилища Верхней Волги.

Последующие выводы основаны на стохастической модели поля $X(s,t)$ максимальных запасов воды в снежном покрове, которая выражается формулой (4) при отсутствии корреляции между интегральным процессом $X(t)$ и остаточным полем $X(s,t) - X(t)$ во всех точках s бассейна Верхней Волги. Проверка применимости этой модели выполнена с помощью изложенного выше статистического критерия.

Анализировались данные многолетних наблюдений на m = 45 снегомерных маршрутах, достаточно равномерно распределенных по территории бассейна Верхней Волги. Ряды значений максимальных запасов воды в снежном покрове за период с 1976 по 1989 годы имеют продолжительность n = 42. Полученные для каждого маршрута с номером i = 1,..., m оценки r_i коэффициента корреляции между многолетними рядами $\overline{X}(t)$ и $X_i(t) - \overline{X}(t)$ при t = 1, …, n варьируют в пределах от - 0,21 до 0,31. Среднее значение ряда r_1, …, r_m равно 0,01, то есть практически не отличается от нуля. Среднеквадратическое отклонение этого ряда равно 0,145, то есть незначительно отличается от величины $1/\sqrt{n}$ = 0, 154, которая соответствует отсутствию корреляции между интегральным процессом и остаточным полем.

Рассчитанное по формуле (33) значение статистики критерия U^2 равно 38,95. При уровне значимости критерия $\alpha = 5\%$ критическое значение равно $\chi^2_{45}(5\%) = 61{,}66$. Следовательно, неравенство (33) выполняется, и используемую стохастическую модель поля максимальных запасов воды в снежном покрове в пределах бассейна Верхней Волги можно признать статистически обоснованной. Это позволяет оценить влияние конфигурации сети снегомерных маршрутов на качество долгосрочных прогнозов притока воды в Рыбинское и Горьковское водохранилища на основе результатов, изложенных в предыдущем подразделе.

В табл. 2 для водосборов Рыбинского и Горьковского водохранилищ приведены следующие характеристики поля максимальных запасов воды в снежном покрове:

m – число снегомерных маршрутов;

M – среднее многолетнее значение, мм;

D – рассчитанная по формуле (11) средняя дисперсия, мм^2;

$D_{(1)}$ – минимальное значение дисперсии, мм^2;

$D_{(m)}$ – максимальное значение дисперсии, мм^2;

D_0 – оценка дисперсии осредненного поля по формуле (29), мм^2,

σ^2 – оценка средней дисперсии мм^2 остаточного поля по формуле (30);

r^2 – рассчитанный по формуле (31) параметр;

$D(\widetilde{X})$ – оценка дисперсии средневзвешенного процесса $\widetilde{X}$ по формуле (28) мм^2;

ρ – рассчитанная по формуле (32) оценка показателя синхронности многолетних колебаний остаточного поля.

Параметры стохастической модели поля максимальных запасов воды в снежном покрове в сочетании с формулой (26) позволяют определить показатель $r^2(X, \widetilde{X})$ влияния конфигурации сети снегомерных маршрутов на точность долгосрочного прогноза весеннего притока воды в водохранилище.

Таблица 2. Характеристики поля максимальных запасов воды в снежном покрове для водосборов Рыбинского и Горьковского водохранилищ

Table 2. Characteristics of peak snow water equivalent field for the Rybinsk and Gorky reservoir watersheds

Характеристика	Рыбинское водохранилище	Горьковское водохранилище
m	25	20
M	92	113
D	1692	1487
$D_{(1)}$	749	909
$D_{(m)}$	2672	1723
D_0	669	866
σ^2	1023	621
r^2	0,40	0,58
$D(\widetilde{X})$	831	939
ρ	0,16	0,12

Для Рыбинского водохранилища показатель $r^2(X,\widetilde{X})$ выражается в виде:

$$r^2(X,\widetilde{X}) = \frac{m}{1{,}25m + 1{,}25}. \tag{34}$$

Из формулы (34) следует, что при $m = 25$ действующих в настоящее время на территории водосбора Рыбинского водохранилища снегомерных маршрутов показатель $r^2(X,\widetilde{X})$ равен 0,77. Он может варьировать в пределах от 0,4 при $m = 1$ до 1 при неограниченном увеличении числа снегомерных маршрутов m.

Для Горьковского водохранилища показатель $r^2(X,\widetilde{X})$ выражается в виде:

$$r^2(X,\widetilde{X}) = \frac{m}{1{,}09m + 0{,}64}. \tag{35}$$

Из формулы (34) следует, что при $m = 20$ действующих в настоящее время на территории водосбора Горьковского водохранилища снегомерных маршрутов показатель $r^2(X,\widetilde{X})$ равен 0,89. Он может варьировать в пределах от 0,58 при $m = 1$ до 1 при неограниченном увеличении числа снегомерных маршрутов m.

Заключение

Предлагаемая стохастическая модель поля некоторой гидрометеорологической характеристики позволяет получить оценку влияния конфигурации соответствующей сети наблюдений на погрешность долгосрочного прогноза речного стока, в котором эта характеристика используется в качестве предиктора. Это влияние определяется ролью этого предиктора в методике прогнозирования, числом используемых для его определения пунктов наблюдений, показателем степени неравномерности их распределения по территории водосбора и показателем синхронности многолетних колебаний рассматриваемой гидрометеорологической характеристики в этих пунктах.

В рамках предлагаемой модели сформулированы правила получения оптимальных весовых коэффициентов при пространственном осреднении данных по пунктам наблюдений.

Рекомендуемая процедура статистического анализа многолетних данных наблюдений за рассматриваемой гидрометеорологической характеристикой позволяет определить параметры модели, проверить ее применимость и получить оценку влияния конфигурации наблюдательной сети на точность гидрологического прогноза.

На основе полученных теоретических результатов выполнен анализ пространственно-временной изменчивости максимальных запасов воды в снежном покрове бассейна Верхней Волги. Доказана применимость предлагаемой стохастической модели и реализованы вытекающие из нее правила оценки влияния конфигурации сети снегомерных маршрутов на точность долгосрочного прогнозирования весеннего притока воды в Рыбинское и Горьковское водохранилища. Определены возможные последствия сокращения или увеличения числа снегомерных маршрутов на водосборах этих водохранилищ.

Список литературы

1. *Алексеевский Н.И., Фролова Н.Л., Христофоров А.В.* Мониторинг гидрологических процессов и повышение безопасности водопользования. М.: Изд-во МГУ, 2011. 387 с.

2. *Бобровицкая Н.Н.* Современное состояние гидрологической сети России и основные направления ее развития // Доклады VI Всероссийского гидрологического съезда. Секция 1. М.: Метеоагенство Росгидромета, 2006. С. 5-8.

3. *Борщ С.В., Христофоров А.В.* Оценка качества прогнозов речного стока // Труды Гидрометцентра России. 2015. Вып. 355. Спецвыпуск. 198 с.

4. *Гандин Л.С., Каган Р.Л.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 359 с.

5. *Кондратюк В.И., Покровский О.М., Светлова Т.П.* О принципах построения наземной сети // Труды ГГО. 1999. Вып. 547. С. 3-14.

6. Наставление по глобальной системе обработки данных и прогнозирования. Том 1 // ВМО-№ 485. Женева, 2010. 37 с.

7. *Покровский О.М.* О рационализации региональных наблюдательных сетей // Метеорология и гидрология. 2000. № 8. С. 5-21.

8. Руководство по гидрологическим прогнозам. Выпуск 1. Долгосрочные прогнозы элементов водного режима рек и водохранилищ. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 356 с.

9. Руководство по гидрологической практике. Сбор и обработка данных, анализ, прогнозирование и другие применения // ВМО-№ 168. 1994. 808 с.

10. *Христофоров А.В., Юмина Н.М.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Изд-во АПР, 2017. 151 с.

11. Guide to Hydrological Practices. Volume II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices // WMO-No 168. 2009. 738 p.

12. *Hall D.K., Riggs G.A., Salomonson V.V.* Development of methods for mapping global snow cover using moderate resolution imaging spectroradiometer data // Remote Sensing of Environment. 1995. Vol. 54. P. 127-140.

13. Snow Cover Measurements and Areal Assessment of Precipitation and Soil Moisture. Operational Hydrology Report No. 35 // WMO-No. 749, Geneva, 1992. 271 p.

References

1. *Alexeevsky N.I., Frolova N.L., Khristoforov A.V.* Monitoring gidrologicheskikh processov i povyshenie bezopasnosti vodopol'zovaniya [Monitoring of hydrological processes and water use protection]. Moscow, MSU Press, 2011, 387 p. [in Russ.].

2. *Bobrovitskaya N.N.* Sovremennoe sostoyanie gidrologicheskoy seti Rossii i osnovnye napravleniya ee razvitiya. Doklady VI vserossiyskogo gidrologicheskogo s"ezda. Sekciya 1. Moscow, Meteoagenstvo Rosgidrometa, 2006, pp. 5-8 [in Russ.].

3. *Borsch S.V., Khristoforov A.V.* Ocenka kachestva prognozov rechnogo stoka [Hydrologic flow forecast verification]. *Trudy Gidromettsentra Rossii* [*Proceedings of the Hydrometcentre of Russia*], 2015, vol. 355, 198 p. [in Russ.].

4. *Gandin L.S., Kagan R.L.* Statisticheskie metody interpretacii meteorologicheskikh dannykh. Leningrad, Gidrometeoizdat publ., 1976, 359 p. [in Russ.].

5. *Kondratuk V.I., Pokrovskiy O.M., Svetlova T.P.* O principah postroeniya nazemnoy seti. *Trudy GGO* [Proceedings of Voeikov Geophysical Observatory], 1999, vol. 547, pp. 3-14 [in Russ.].

6. *Manual* on the Global Data-processing and Forecasting System. *WMO-No. 485.* Geneva: WMO, 2010, vol. 1, 37 p.

7. *Pokrovskii O. M.* A Rational Location of Regional Observation Network. *Russ. Meteorol. Hydrol.* 2000, no. 8, pp. 5-21 [in Russ.].

8. Rukovodstvo po gidrologicheskim prognozam. Vypusk 1. Dolgosrochnye prognozy ehlementov vodnogo rezhima rek i vodohranilishch. Leningrad: Gidrometeoizdat publ., 1989, 356 p. [in Russ.].

9. Guide to Hydrological Practices. Fifth edition. *WMO-No. 168.* Geneva: WMO, 1994, 808 p.

10. *Khristoforov A.V., Yumina N.M.* Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika. Moscow: APR publ., 2017, 151 p. [in Russ.].

11. *Guide* to Hydrological Practices. Vol. II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices. *WMO-No 168*, 2009, 738 p.

12. *Hall D.K., Riggs G.A., Salomonson V.V.* Development of methods for mapping global snow cover using moderate resolution imaging spectroradiometer data. *Remote Sensing of Environment*, 1995, vol. 54, pp. 127-140.

13. Snow Cover Measurements and Areal Assessment of Precipitation and Soil Moisture. Operational Hydrology Report No. 35. *WMO-No. 749*, Geneva, 1992, 271 p.

Поступила в редакцию 06.06.2018 г.
Received by the editor 06.06.2018.