

УДК 551.509.53.01

Применение спектрального алгоритма для вычисления коэффициентов турбулентности в модели COSMO-Ru при прогнозировании устойчивых ситуаций

С.В. Ефремов², М.А. Никитин¹, В.Л. Перов¹

*¹Гидрометеорологический научно-исследовательский центр
Российской Федерации, г. Москва, Россия;*

*²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
г. Москва, Россия
arhin@yandex.ru*

В статье излагаются основные результаты применения спектрального алгоритма для расчета турбулентных потоков в модуле пограничного слоя атмосферы (ПСА) модели COSMO-Ru. Большую роль при вычислении коэффициентов турбулентности играют функции устойчивости. В отличие от используемого в настоящее время подхода, основанного на эмпирических функциях устойчивости, спектральный подход позволяет получить вид этих функций теоретически. Это позволяет снять проблемы расчета турбулентных потоков для случаев устойчивой и сильно устойчивой стратификаций.

Проведенные расчеты позволили исследовать влияние анизотропности турбулентности в ПСА и показали уменьшение средней ошибки поля температуры на 2 м и на нижних уровнях модели по сравнению с расчетами по исходной модели.

Ключевые слова: устойчивый пограничный слой, функции устойчивости, система прогноза погоды COSMO-Ru

The use of the spectral algorithm for calculating turbulence coefficients in the COSMO-Ru model to forecast stable situations

S.V. Efremov², M.A. Nikitin¹, V.L. Perov¹

¹Hydrometeorological Research Center of Russian Federation, Moscow, Russia

*²Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia;
arhin@yandex.ru*

The article describes the main results of applying the spectral algorithm for calculating turbulent flows in the atmospheric boundary layer (ABL) module of the COSMO-Ru model. An important role in calculating turbulence coefficients is played by stability functions. The spectral approach allows obtaining the form of these functions theoretically, unlike the current approach based on empirical stability functions. This makes it possible to remove the problems of calculating turbulent flows for the cases of stable and very stable stratification. The performed calculations allow studying the effect of turbulence anisotropy in ABL and demonstrate a decrease in the mean error of air temperature at 2 m and at lower model levels as compared to the calculations based on the original model.

Keywords: stable boundary layer, stability functions, COSMO-Ru numerical weather prediction system

Описание турбулентности в современных моделях прогноза погоды является важной и не до конца решенной задачей. Основные трудности при решении этой задачи связаны с сильной нелинейностью уравнений. Различные неустойчивости в атмосфере приводят к появлению вихрей и волн, которые развиваются на разных пространственных и временных масштабах.

Нелинейные взаимодействия между движениями на разных масштабах генерируют в атмосфере нерегулярные течения. Решения для таких течений существуют только в простейших случаях, которые локально изотропны и которые зависят только от одного безразмерного параметра – числа Рейнольдса (Re). Модели турбулентности, применяемые для моделирования таких сложных течений, должны быть способны учитывать различные влияния на разных масштабах. Однако осреднения Рейнольдса уравнений Навье – Стокса, используемые в моделях прогноза погоды, не делают различия между масштабами, смешивая их вместе.

В отличие от этого подхода, спектральный алгоритм [1, 6–8] учитывает зависимость атмосферных процессов от масштабов. В данной статье мы рассмотрим применение спектрального алгоритма для турбулентных течений в пограничном слое атмосферы (ПСА), обращая основное внимание на трудные для моделирования ситуации с устойчивой и сильно устойчивой температурной стратификацией. Устойчивая стратификация ПСА приводит к возникновению пространственной анизотропии турбулентности, т. е. к уменьшению турбулентного перемешивания по вертикали и его увеличению по горизонтали [1, 6, 7]. Чем более устойчив слой воздуха вблизи подстилающей поверхности, тем менее он становится связанным со слоем воздуха, лежащим выше. В этом случае более высокий слой воздуха будет менее чувствительным к турбулентным потокам момента, тепла и влаги на подстилающей поверхности.

Несмотря на то, что устойчивые ПСА могут становиться мелкими, до 10 м, данные наблюдений показывают, что в них по-прежнему существует развитая турбулентность. Сильная устойчивость в ПСА, с одной стороны, приводит к подавлению вертикального турбулентного перемешивания, с другой стороны, ведет к увеличению вертикального сдвига ветра и, значит, к увеличению продукции турбулентной кинетической энергии

Такое влияние стратификации увеличивает нерегулярность турбулентности и приводит к перемежаемости турбулентности. Вклад внутренних волн [9] и их обрушение усложняют процессы в устойчивом ПСА. Следует отметить, что такие явления в устойчивых пограничных слоях, как пространственная анизотропия и взаимодействие турбулентности и внутренних волн, относятся к наиболее трудным для математического моделирования. Оба процесса характеризуются сильной нелинейностью и трудны для аналитических теорий. Поэтому большинство моделей турбулентности либо игнорируют указанные процессы, либо включают их, используя очень простые аппроксимации.

Данная работа применяет спектральный алгоритм, в котором поля скорости и температуры отображаются на квази-Гауссовы поля, чьи гармоники описываются уравнениями Ланжевена. Для расчета параметров отображения используется процедура последовательного исключения мелкомасштабных мод скорости и температуры, что приводит к уравнениям для более крупномасштабных гармоник. Следует отметить, что такая процедура учитывает совместный вклад турбулентности и внутренних волн и пространственная анизотропия турбулентности явно разрешается. При распространении процесса последовательного исключения мелкомасштабных мод до самых больших масштабов спектральный алгоритм дает новую модель турбулентности. Эта модель была применена в схеме пограничного слоя атмосферы модели COSMO-Ru [2, 3], версия 5.03.

Краткое описание алгоритма спектрального замыкания

Алгоритм спектрального замыкания применяется для трехмерной, несжимаемой атмосферы с наложенным однородным по вертикали устойчивым градиентом температуры. В исходную систему входят уравнения скорости, температуры, неразрывности в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} - \alpha g \vartheta \mathbf{e}_3 = \nu_0 \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{f}^0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\vartheta - \frac{d\theta}{dz} u_3 = k_0 \nabla^2 \vartheta; \quad (2)$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

где \mathbf{u} и ϑ – флуктуации компонент скорости и потенциальной температуры; P – давление; ρ – фоновая плотность; g – ускорение свободного падения; $d\theta/dz$ – вертикальный градиент невозмущенной (фоновой) потенциальной температуры; ν_0 и k_0 – молекулярная вязкость и теплопроводность; α – коэффициент термического расширения; \mathbf{f}^0 – крупномасштабное внешнее воздействие (форсинг), которое возникает из-за крупномасштабных сдвиговых неустойчивостей и поддерживает турбулентность в статистически устойчивом состоянии. Форсинг воздействует на систему через скорость поступления энергии в систему на крупных масштабах. Детали этого возбуждения несущественны при статистическом описании, следуя теории турбулентности Колмогорова.

Внешнее возбуждение воздействует на все гармоники Фурье, вплоть до масштаба диссипации, из-за нелинейных взаимодействий. Случайно возбуждая друг друга, гармоники одновременно случайно загухают. Эти процессы находятся в балансе в статистически установившемся состоянии. Таким образом, каждая гармоника $\mathbf{u}(\mathbf{k}, \omega)$ (\mathbf{k} и ω – волновое число в пространстве Фурье и частота соответственно) получает и теряет

одинаковое количество энергии (в статистическом смысле). Исходя из этого нелинейное слагаемое в уравнении (1) может быть заменено случайным форсингом f^0 , а затухание – турбулентной вязкостью. В результате приходим к уравнению Ланжевена – линейному уравнению с форсингом и затуханием:

$$u_i(\mathbf{k}, \omega) = G_{ij}(\mathbf{k}, \omega) f_j(\mathbf{k}, \omega), \tag{4}$$

где $G_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ – функция Грина для скорости. Таким образом первоначально нелинейное уравнение Навье-Стокса заменяется линейным стохастическим уравнением с форсингом, следуя методу, предложенному в [4].

Аналогичное выражение можно записать и для потенциальной температуры. При этом форсинг считается квази-Гаусовым. Именно это позволяет вывести коэффициенты турбулентного перемешивания скорости и потенциальной температуры. Вывод функций Грина для скорости и температуры для системы уравнений (1) – (3) дан в [6].

Расчет параметров вихрей происходит при помощи алгоритма последовательного осреднения по малым интервалам гармоник скорости и температуры, которые, используя уравнения Ланжевена, дают малые приращения в коэффициенты турбулентного перемешивания по вертикали и горизонтали. Этот алгоритм, подробно описанный в [6, 7], приводит к системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений для v_z, v_h, k_z, k_h :

$$\frac{d}{dk}(v_z, v_h, k_z, k_h) = -c \frac{\varepsilon}{k^5} F_{1,2,3,4}(v_z, v_h, k_z, k_h), \tag{5}$$

где v_z и k_z – коэффициенты турбулентного перемешивания скорости и температуры по вертикали соответственно; v_h и k_h – коэффициенты турбулентного перемешивания скорости и температуры по горизонтали; $F_1 - F_4$ – трансцендентные выражения; $c = 0,7$.

Вычисления коэффициентов турбулентности начинаются с масштаба Колмогорова k_d , где начальные значения v_z и k_z равны их молекулярным v_0 и k_0 и продолжают до самых больших масштабов турбулентности, доступных в системе. Такой подход дает новые коэффициенты турбулентности.

Для описания турбулентности в атмосфере модели прогноза используют вертикальные и горизонтальные коэффициенты турбулентности. Центральной задачей при прогнозировании процессов в пограничном слое атмосферы является вычисление вертикальных коэффициентов турбулентности для скорости ветра K_M , температуры и влажности K_H . В широко используемой, в том числе и в COSMO-Ru, модели турбулентности Меллора и Ямады [5] эти коэффициенты имеют вид:

$$K_M = q l S_M; \quad (6)$$

$$K_H = q l S_H, \quad (7)$$

где $q^2 = 2TKE$ (TKE – турбулентная кинетическая энергия); l – турбулентный масштаб длины (путь смешения); S_M и S_H – функции устойчивости (зависящие от стратификации), определяются как решения системы первых двух обыкновенных дифференциальных уравнений из (5). Заменим S_M и S_H в уравнениях (6) и (7) на функции, полученные в спектральном алгоритме:

$$S_M = \frac{v_z}{v_n}, \quad (8)$$

$$S_H = \frac{k_z}{v_n}, \quad (9)$$

где $v_n = q l$ – вертикальный коэффициент для момента в нейтральном случае.

Система уравнений (5) решалась численно. Результаты численного решения 1 и 2-го уравнений из (5), т. е. S_M и S_H как функции числа Ричардсона (Ri), представлены на рис. 1.

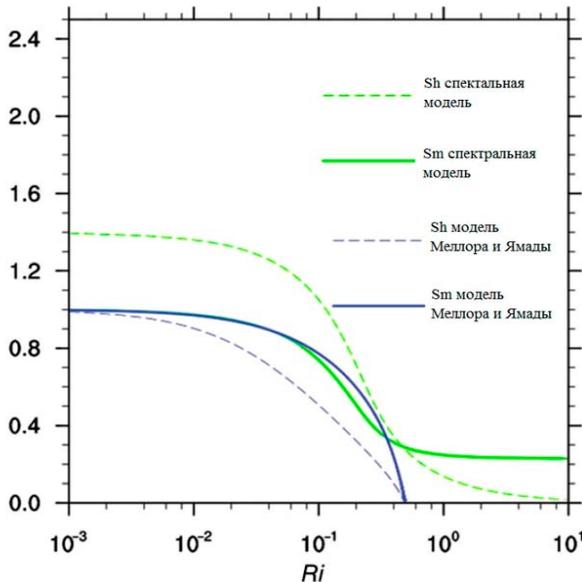


Рис. 1. Функции устойчивости S_M , S_H , полученные на основе модели Меллора-Ямады и спектрального алгоритма (модели), использующиеся для вычисления вертикальных коэффициентов турбулентности.

Fig. 1. The stability functions S_M , S_H obtained on the basis of the Mellor-Yamada model and the spectral algorithm (model) used to calculate the vertical turbulence coefficients.

На рис. 1 также представлены S_M и S_H из [5], используемые в настоящее время в модели COSMO-Ru. Видно, что при $Ri = Ri_{cr} \sim 0,3$, S_M и S_H из [4] принимают нулевые значения и не могут использоваться в расчетах. В этих случаях значения функций устойчивости заменяются на некие постоянные минимальные значения ($S_H = 0,4$), которые не зависят от стратификации, сезона и области счета.

Такой подход в исходной параметризации турбулентности может привести к значительным ошибкам при прогнозе метеоэлементов в устойчивых и сильно устойчивых ситуациях. Спектральный алгоритм свободен от этих недостатков.

Отметим, что спектральная S_M сохраняет конечное асимптотическое значение, равное 0,22, даже при больших Ri (очень устойчивая стратификация). Это происходит вследствие действия внутренних волн, которые, так же как и турбулентные вихри, являются составной частью спектрального алгоритма. Кроме того, спектральная S_H стремится к нулю асимптотически при больших числах Ri в отличие от S_H из [5].

Решение системы двух других обыкновенных дифференциальных уравнений из (5) дает функции устойчивости для горизонтальных коэффициентов турбулентности:

$$Sh_M = \frac{v_h}{v_n}, \tag{10}$$

$$Sh_H = \frac{k_h}{v_n}, \tag{11}$$

Sh_M и Sh_H как функции числа Ричардсона изображены на рис. 2.

Реализация спектрального алгоритма в схеме турбулентности модели COSMO-Ru

Расчеты по модели COSMO-Ru проводилось для области, включающей северо-западную часть Европейской территории России с прилегающими областями. Модель имела горизонтальное разрешение 2,2 км и 40 уровней по вертикали. Для сравнения действия новой и исходной параметризаций турбулентности были выбраны дни с устойчивой и сильно устойчивой стратификацией в январе 2018 и 2019 гг.

На рис. 3 показано рассчитанное поле температуры воздуха на высоте 2 м ($T_2м$) в варианте с исходной параметризацией коэффициентов вертикальной турбулентности для 24.01.2019, прогноз на 12 ч с 00 GMT (Grinwich Mean Time). Видны области низких температур (около $-20\text{ }^\circ\text{C}$) к западу от Москвы, в западной и северной частях области прогноза. На рис. 4 для этого же срока представлено поле разности температур $T_2м$, вариант с новой параметризацией вертикальной турбулентности минус вариант с исходной ($T_2м^{нов} - T_2м^{исх}$) для 24.01.2019.

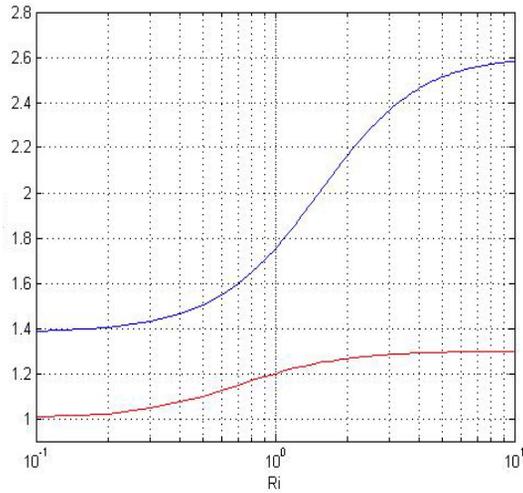


Рис. 2. Функции устойчивости Sh_M (красная кривая) и Sh_N (синяя кривая), полученные на основе спектрального алгоритма (модели) как функции числа Ri .

Fig. 2. The stability functions Sh_M (red curve) and Sh_N (blue curve), obtained on the basis of the spectral algorithm (model) as a function of the number Ri .

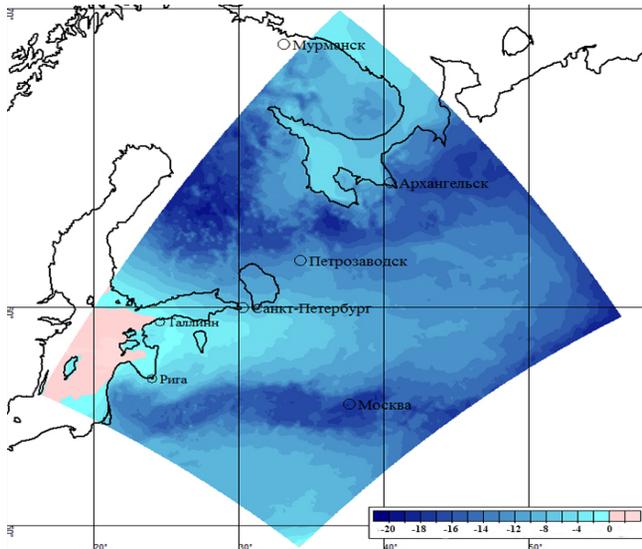


Рис. 3. Поле температуры T2m в варианте с исходной параметризацией турбулентности для 24.01.2019, прогноз на 12 ч с 00 GMT.

Fig. 3. Temperature field T2m in the variant with the original parameterization of turbulence for January 24, 2019, forecast for 12 h from 00 GMT.

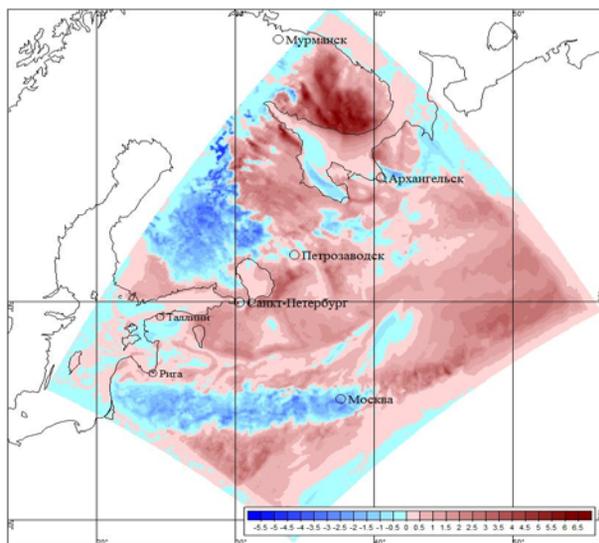


Рис. 4. Поле разности $T2m^{\text{нов}} - T2m^{\text{исх}}$ для 24.01.2019, прогноз на 12 ч с 00 GMT.

Fig. 4. Difference field $T2m^{\text{new}} - T2m^{\text{old}}$ for January 24, 2019, forecast for 12 h from 00 GMT.

На рис. 4 видны области с положительной и отрицательной разностью температур. Анализ областей с положительной разностью показал, что в них $Ri < Ri_{cr}$. Это означает, что температура на нижнем уровне модели в варианте с новой параметризацией вертикальных коэффициентов турбулентности выше, чем в варианте с исходной параметризацией. Таким образом, следуя рис. 1, вертикальные коэффициенты турбулентности для температуры в варианте с новой параметризацией $K_H^{\text{нов}}$ будут больше, чем в варианте с исходной параметризацией $K_H^{\text{исх}}$. Поэтому более теплый воздух с уровней, лежащих выше приземного, будет интенсивнее переноситься турбулентностью вниз.

В областях с более сильной устойчивой стратификацией $Ri > Ri_{cr}$, вертикальные коэффициенты турбулентности для температуры в варианте с новой параметризацией $K_H^{\text{нов}}$ будут меньше, чем в варианте с исходной параметризацией $K_H^{\text{исх}}$ из-за искусственно введенных минимальных значений S_H в варианте с исходной параметризацией. В этом случае появляются области с отрицательной разницей в поле разности температур $T2m^{\text{нов}} - T2m^{\text{исх}}$. Похожая картина наблюдается и в другие дни. На рис. 5 показано поле разности $T2m^{\text{нов}} - T2m^{\text{исх}}$ для 01.01.2018, прогноз на 12 ч с 00 GMT.

Чтобы продемонстрировать влияние новых параметризаций для горизонтальной турбулентности, на рис. 6 представлены поля $T2m^{\text{нов}} - T2m^{\text{исх}}$ для 24.01.2018, прогноз на 12 ч с 00 GMT, вывод полей через 2 ч прогноза. Видно, что изменения в прогнозе $T2m$ начинаются уже с первых часов.

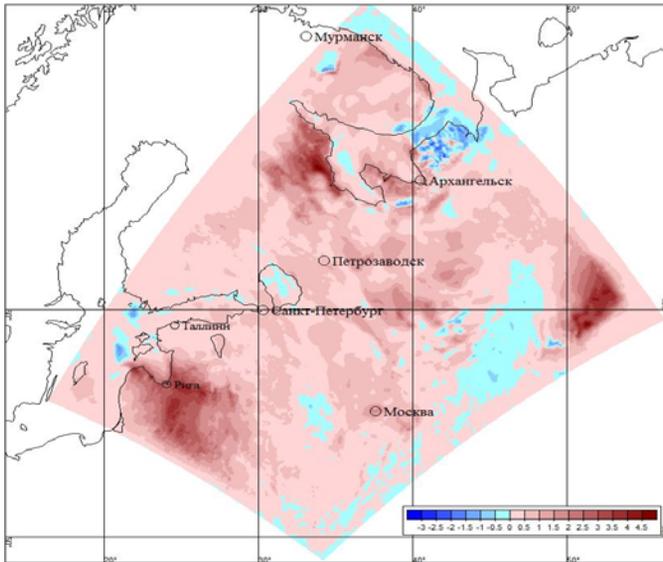


Рис. 5. Поле разности $T2m^{нов} - T2m^{исх}$ для 01.01.2018, прогноз на 12 ч с 00 GMT.

Fig. 5. Difference field $T2m^{new} - T2m^{orig}$ for January 01, 2018, forecast for 12 h from 00 GMT.

Рис. 6 показывает, что коэффициенты горизонтальной турбулентности, зависящие от стратификации, вносят заметный вклад в изменения поля $T2m$. Этот вопрос планируется детально исследовать в отдельной работе.

На рис. 7, 8 приведены рассчитанные по программе VERSUS средние и среднеквадратичные ошибки при прогнозе на 18 ч с 00 ч 24.01.2018 с исходными и новыми параметризациями турбулентности. Видно, что средняя ошибка в прогнозе с новыми параметризациями турбулентности (рис. 8) примерно на 1°C меньше, чем в прогнозе с исходной параметризацией турбулентности. Заметим, что для СКО таких улучшений не наблюдается. Однако это предварительная оценка и для окончательного вывода необходимо провести большее количество расчетов.

На основании проведенных расчетов можно выделить несколько характерных типов областей поля $T2m^{нов} - T2m^{исх}$.

1. Области с положительной разностью температуры на один или несколько градусов. Такие области появляются там, где $Ri < Ri_{cr}$, в результате использования новых функций устойчивости, при вычислении вертикальных коэффициентов турбулентности. При этом численная устойчивость системы прогноза не нарушается при увеличении перемешивания по вертикали для случаев с устойчивыми стратификациями.

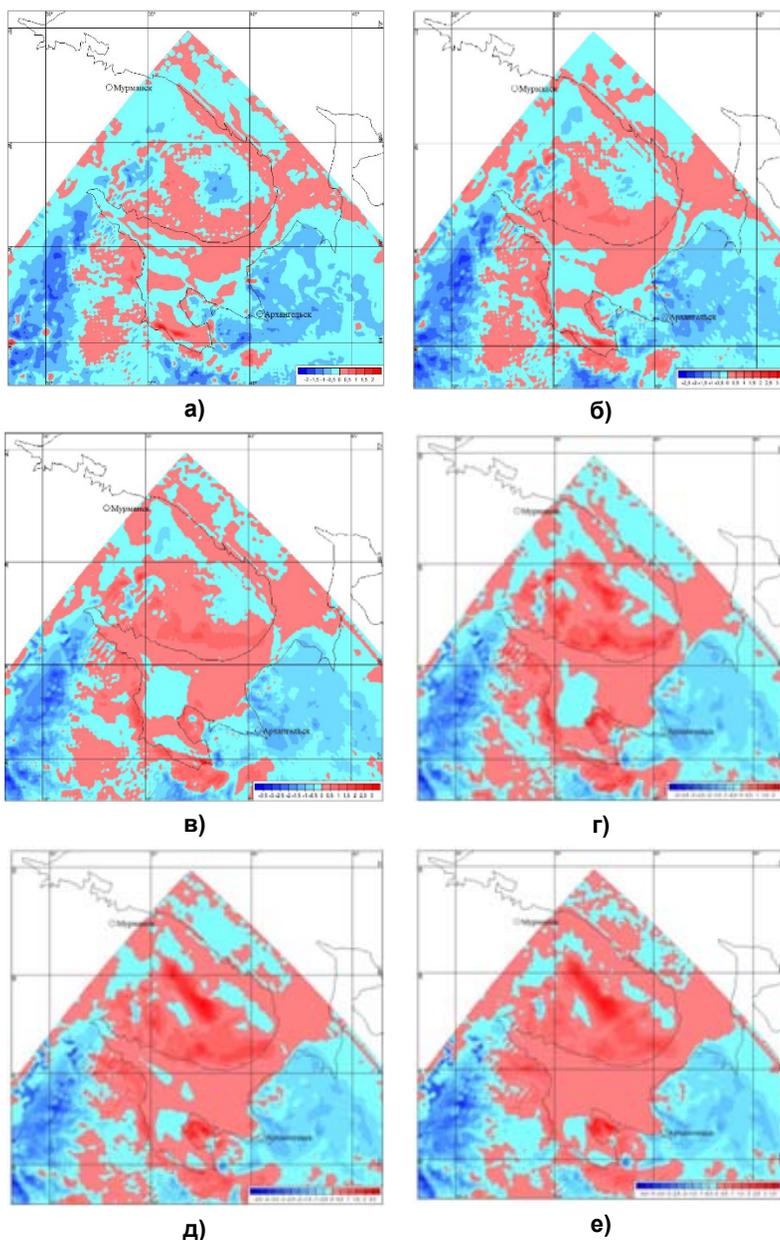


Рис. 6. Поле разности $T2m^{нов} - T2m^{исх}$ ($T2m^{нов}$ – прогноз с новыми коэффициентами горизонтального турбулентного переноса) для 24.01.2018, прогноз на 12 ч с 00 GMT: +2 ч (а); +4 ч (б); +6 ч (в); +8 ч (г); +10 ч (д); +12 ч (е).

Fig. 6. The difference field $T2m^{new} - T2m^{ori}$ ($T2m^{new}$ – forecast with new horizontal turbulent transfer coefficients) for January 24, 2018, forecast for 12 h from 00 GMT: +2 h (a); +4 h (б); +6 h (в); +8 h (г); +10 h (д); +12 h (е).

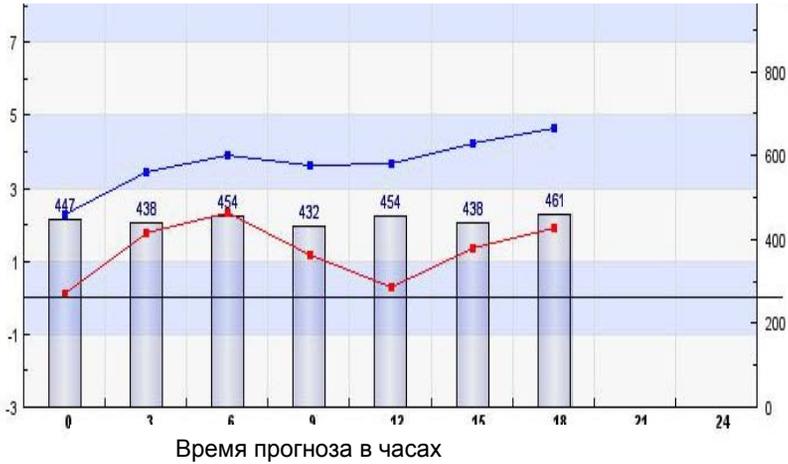


Рис. 7. Верификация прогноза T2m на 18 ч с 00 GMT 24.01.2018 с исходными параметризациями турбулентности. Красная кривая – средняя ошибка (CO), синяя кривая – среднеквадратическая ошибка (СКО). Столбиками показано количество пар 'прогноз – наблюдение', использованных при расчете.

Fig. 7. Verification of T2m forecast for 18 h from 00 GMT for January 24, 2018 with original turbulence parameterizations. The red curve is the ME error, the blue curve is the RMS error. The columns show the number of pairs 'forecast – observation' used in the calculation.

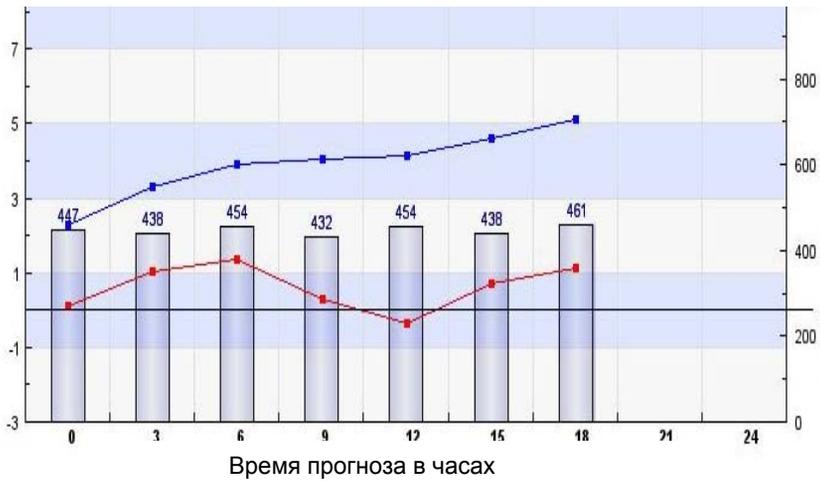


Рис. 8. Верификация прогноза T2m на 18 ч с 00 GMT 24.01.2018 с новыми параметризациями турбулентности. Красная кривая – средняя ошибка (CO), синяя кривая – среднеквадратическая ошибка (СКО). Столбиками показано количество пар 'прогноз – наблюдение', использованных при расчете.

Fig. 8. Verification of the T2m forecast for 18 h from 00 GMT for January 24, 2018 with new turbulence parameterizations. The red curve is the ME error, the blue curve is the RMS error. The columns show the number of pairs 'forecast – observation' used in the calculation.

2. Области с отрицательной разностью температуры. Такие области появляются там, где $Ri > Ri_{cr}$, из-за искусственно введенных минимальных значений S_H в варианте с исходной параметризацией вертикальных коэффициентов турбулентности.

3. Области малых изменений. Так как рассматривались зимние периоды с отсутствием движения фронтов через область, везде наблюдалась устойчивая или сильно устойчивая стратификация. Тем не менее существуют области с малым изменением поля $T2m^{нов} - T2m^{исх}$. Они находятся или на границах, или между областями с положительной и отрицательной разностью температуры.

Заключение

Спектральный алгоритм, примененный для расчета коэффициентов турбулентного перемешивания, который используется в данной работе, основан на процедуре исключения гармоник малых масштабов, что приводит к модели, описывающей крупные энергонесущие турбулентные вихри. Отметим, что спектральный алгоритм не требует введения эмпирических коэффициентов. Алгоритм дает дисперсионное соотношение для внутренних волн в присутствии турбулентности и позволяет изучать взаимодействие волн и турбулентности, что важно при моделировании устойчивого атмосферного пограничного слоя. Результаты работы не поддерживают идею о существовании критического числа Ричардсона, при превышении которого турбулентность полностью подавляется устойчивой стратификацией. Вместо этого алгоритм дает интервал чисел Ричардсона, в котором вертикальное турбулентное перемешивание подавляется устойчивой стратификацией, в то время как горизонтальное турбулентное перемешивание значительно увеличивается.

Предложенный алгоритм был включен в схему турбулентности негидростатической модели COSMO-Ru Гидрометцентра России. Предварительные расчеты показали уменьшение средней ошибки прогноза температуры на нижних уровнях модели с новой параметризацией турбулентности для устойчивых ситуаций. Планируется продолжение работы с новой параметризацией и более подробное изучение ее влияния на прогноз метеоэлементов.

В процессе работы мы пользовались поддержкой сотрудников лаборатории краткосрочных прогнозов погоды и опасных явлений по территории России. В первую очередь нам хотелось бы поблагодарить Д.В. Блинова и А.А. Кирсанова за помощь и консультации.

Список литературы

1. Перов В.Л. Расчет коэффициентов турбулентного перемешивания на основе спектрального алгоритма и его использование в модели COSMO-RU // Труды Гидрометцентра России. 2012. Вып. 347. С. 81-94.

2. Ривин Г.С., Розинкина И.А., Вильфанд П.М. и др. Система COSMO-Ru негидростатического мезомасштабного краткосрочного прогноза погоды Гидрометцентра России: второй этап реализации и развития // *Метеорология и гидрология*. 2015. № 6. С. 58-71.

3. Doms G., Shattler U., Schraff C. Description of the Nonhydrostatic Regional COSMO-Model User's Guide, 2008. – <http://www.cosmo-model.org>

4. Kraichnan R.H. An interpretation of the Yakhot-Orszag turbulence theory // *Phys. Fluids*. 1987. Vol. 30. P. 2400-2405.

5. Mellor G.L., Yamada T. Development of turbulence closure model for geophysical fluid problems // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1982. Vol. 20. P. 851-875.

6. Perov V., Sukoriansky S., Galperin B. Implementation of the quasi-normal scale elimination theory of turbulence in the regional weather prediction model HIRLAM // *Geophysical Geosciences Union, Geophysical Research Abstracts*. 2006. Vol. 8. P. 08921.

7. Sukoriansky S., Galperin B., Perov V. A quasi-normal scale elimination model of turbulence and its application to stably stratified flows // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2006. Vol. 13. P. 9-22.

8. Tastula E-M, Galperin B., Dudhia J., LeMone M. A., Sukoriansky S., Vihma T. Methodical assessment of the differences between the QNSE and MYJ PBL schemes for stable conditions // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 2015. Vol. 141. P. 2077-2089.

9. Zilitinkevich S., Perov V., King J. Near-surface turbulent fluxes in stable stratification: calculation techniques for use in general circulation models // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 2002. Vol. 138. P.1571-1587.

References

1. Perov V.L. Calculation of a coefficients of turbulent mixing on the basis of the spectral algorithm and its implementation in the model COSMO-RU. *Trudy Hidromettsentra Rossii [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia]*, 2012, vol. 347, pp. 81-94. [in Russ.].

2. Rivin G.S., Rozinkina I.A., Vil'fand R.M., Alferov D.Yu., Astakhova E.D., Blinov D.V., Bundel' A.Yu., Kazakova E. V., Kirsanov A.A., Nikitin M.A., Perov V.L., Surkova G.V., Revokotova A.P., Shatunova M.V., Chumakov M.M. The COSMO-Ru system of nonhydrostatic mesoscale short-range weather forecasting of the Hydrometcenter of Russia: The second stage of implementation and development. *Russ. Meteorol. Hydrol.*, 2015, vol. 40, no. 6, pp. 400–410. DOI: 10.3103/S1068373915060060.

3. Doms G., Shattler U., Schraff C. Description of the Nonhydrostatic Regional COSMO-Model User's Guide, 2008. Available at: <http://www.cosmo-model.org>

4. Kraichnan R.H. An interpretation of the Yakhot-Orszag turbulence theory. *Phys. Fluids.*, 1987, vol. 30, pp. 2400-2405.

5. Mellor G.L., Yamada T. Development of turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 1982, vol. 20, pp. 851-875.

6. Perov V., Sukoriansky S., Galperin B. Implementation of the quasi-normal scale elimination theory of turbulence in the regional weather prediction model HIRLAM. *Geophysical Geosciences Union, Geophysical Research Abstracts*, 2006, vol. 8, pp. 08921.

7. Sukoriansky S., Galperin B., Perov V. A quasi-normal scale elimination model of turbulence and its application to stably stratified flows. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2006, vol. 13, pp. 9-22.

8. Tastula E-M, Galperin B., Dudhia J., LeMone M. A., Sukoriansky S., Vihma T. Methodical assessment of the differences between the QNSE and MYJ PBL schemes for stable conditions. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 2015, vol. 141, pp. 2077-2089.

9. Zilitinkevich S., Perov V., King J. Near-surface turbulent fluxes in stable stratification: calculation techniques for use in general circulation models. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 2002, vol. 138, pp.1571-1587.

Поступила в редакцию 06.09.2019 г.

Received by the editor 06.09.2019.