

УДК 556.06

## Методы коррекции прогнозов речного стока

*С.В. Борщ, Ю.А. Симонов, А.В. Христофоров*

*Гидрометеорологический научно-исследовательский центр  
Российской Федерации, г. Москва, Россия  
simonov@mecom.ru, khristoforov\_a@mail.ru*

Рассмотрены три метода коррекции прогнозов речного стока.

Первый предлагаемый метод основан на преобразовании прогнозов с помощью уравнения линейной регрессии и рекомендуется для любых видов гидрологического прогнозирования. Эффективность данного метода зависит от степени корреляции между фактическими значениями гидрологической характеристики и их прогнозами.

Второй предлагаемый метод основан на замене прогнозов, попадающих в определенные промежутки значений, средними значениями прогнозируемой характеристики. Данный метод страхует от неоправданно больших или малых значений прогнозов и рекомендуется для снижения погрешности методик прогнозирования с сомнительной эффективностью.

Третий метод широко применяется в практике гидрологического прогнозирования. Он учитывает ошибки предшествующих прогнозов на основе модели авторегрессии, описывающей их последовательность. Эффективность данного метода зависит от степени корреляции между ошибками прогнозов для близко расположенных сроков. Этот метод рекомендуется для коррекции ежедневно выпускаемых краткосрочных прогнозов гидрологических характеристик.

Возможности рассмотренных методов коррекции демонстрируются на примерах уточнения различных методик краткосрочного и долгосрочного прогнозирования речного стока.

*Ключевые слова:* погрешность методик прогнозирования речного стока, коррекция гидрологических прогнозов, линейная регрессия, диапазон изменчивости прогнозов, частичное осреднение, модель авторегрессии

DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2020-1-162-175>

## Methods for the streamflow forecast correction

*S.V. Borsch, Y.A. Simonov, A.V. Khristoforov*

*Hydrometeorological Research Center of Russian Federation, Moscow, Russia  
simonov@mecom.ru, khristoforov\_a@mail.ru*

Three methods for the streamflow forecast correction are described.

The first method is based on the conversion of forecasts using the linear regression equation. The method is recommended for all types of hydrological forecasts. The efficiency of the method depends on a degree of correlation between the actual values of hydrological characteristics and their forecasts.

The second method is based on replacing forecasts that are within the certain intervals of values by the average values of the predicted characteristic. This method prevents from unreasonably large or small forecast values and is recommended to reduce the error of forecasting techniques with a doubtful efficiency.

The third method is widely used in the practice of hydrological forecasting. It takes into account the errors of previous forecasts based on the autoregressive model that describes their sequence. The effectiveness of the method depends on a degree of correlation between the forecast errors for close dates. This method is recommended for correcting daily short-term forecasts of hydrological characteristics.

The potential of the considered correction methods is demonstrated by examples of refining various short-term and long-term river flow forecasting techniques.

*Keywords:* error of streamflow forecasting techniques, correction of hydrological forecasts, linear regression, forecast variability range, partial averaging, autoregressive model

## Введение

В целях оценки ожидаемых характеристик водного режима рек, в конкретных створах прогнозируются срочные и среднесуточные расходы и уровни воды, их максимальные, минимальные значения и время их прохождения, средние уровни воды и объемы стока за различные фазы водного режима и календарные интервалы времени. Для водохранилищ прогнозируются расходы ежедневного притока воды и его объемы за пятидневку, декаду, месяц и квартал. Гидрологические прогнозы выпускаются один раз в сутки, декаду, месяц, квартал, сезон, год. Разность  $\Delta t$  между датой, на которую составляется прогноз, и датой его составления определяет заблаговременность прогноза. В соответствии с принятыми в отечественной практике стандартами гидрологические прогнозы относятся к категории краткосрочных, если их заблаговременность не превышает 5–6 суток, среднесрочных – с заблаговременностью от 6–7 до 12–15 суток, долгосрочных – с заблаговременностью более 12–15 суток [5].

Методика прогнозирования учитывает особенности конкретного водного объекта. В ее основе может лежать физико-математическая, или концептуальная модель прогнозируемого явления, или статистическая зависимость прогнозируемой величины от известных к дате составления прогноза гидрологических и метеорологических характеристик. При подготовке прогноза учитывается информация о ходе гидрологических и метеорологических элементов в течение предшествующего периода и прогноз (или средние многолетние значения) ожидаемого хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности [7, 11, 15]. В ряде случаев возможно последующее уточнение долгосрочных или среднесрочных прогнозов. Например, для характеристик половодья выпускается уточняющий прогноз после схода основной массы сезонного снежного покрова. Подобные уточнения используют дополнительную информацию, еще неизвестную при составлении основного прогноза, поэтому схему получения уточняющего прогноза следует рассматривать как самостоятельную методику [2].

После того как методика прогнозирования получена, возможна ее дополнительная коррекция с целью устранения отдельных недостатков. Эти недостатки могут быть обусловлены неполной адекватностью модели

или статистической зависимости, влиянием неучтенных факторов формирования речного стока и его изменчивости во времени, недостаточными объемом, точностью и репрезентативностью данных наблюдений и ошибками предсказания хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности гидрологического прогноза.

Практика свидетельствует, что дополнительная коррекция может оказаться весьма эффективной [15]. Она не требует значительных затрат времени и средств и при этом может приводить к существенному повышению точности гидрологических прогнозов. В связи с этим в предлагаемой статье рассматриваются некоторые зарекомендовавшие себя и предлагаемые к использованию в оперативной практике методы коррекции прогнозов речного стока и притока воды в водохранилища.

### Погрешности гидрологических прогнозов

Ошибка прогноза определяется разностью  $Y - \tilde{Y}$  между прогнозом  $\tilde{Y}$  характеристики речного стока и ее фактическим (измеренным или рассчитанным) значением  $Y$ . В отечественной и зарубежной практике гидрологического прогнозирования погрешность методики принято характеризовать средним значением квадрата ошибки прогноза  $V = M[(Y - \tilde{Y})^2]$  или квадратным корнем  $\sqrt{V}$  из этой величины, то есть среднеквадратической ошибкой. Данный показатель является наиболее простым и соответствует подходу, применяемому в теории статистического оценивания [4].

Возможны и другие показатели погрешности методики прогноза [11, 14]. Они могут учитывать интересы конкретных потребителей. В частности, если для потребителя наиболее нежелательными являются экстремально высокие значения  $Y$  (уровни и расходы воды в паводок), то в большей степени должны учитываться ошибки прогноза при высоких значениях прогнозируемой величины. Если для потребителя наиболее нежелательными являются экстремально низкие значения  $Y$  (уровни и расходы воды в межень), то в большей степени должны учитываться ошибки прогноза при высоких значениях прогнозируемой величины [2].

В предлагаемой статье используется величина  $\sqrt{V}$  или ее статистическая оценка по результатам проверки методики на независимом материале. При многократном выпуске прогноза в течение года целесообразно определять погрешность методики для генетически однородных фаз гидрологического режима, сезонов или месяцев [6, 14, 15].

В процессе разработки методики прогнозирования анализируются ошибки прогноза, полученные по обучающей выборке, т. е. на основе исходных данных гидрологических и метеорологических наблюдений. Калибровка модели или оценка параметров физико-статистической зависимости и состоят в минимизации суммы квадратов таких ошибок.

Возможность внедрения методики в практику оперативного гидрологического прогнозирования определяется результатами ее верификации, которые выражаются, прежде всего, статистической оценкой погрешности прогнозов. Наиболее простая и точная оценка погрешности методики может быть получена на независимом материале, т. е. на основе данных, которые не учитывались при ее построении (контролирующая выборка). При наличии ряда  $Y_1 - \tilde{Y}_1, \dots, Y_n - \tilde{Y}_n$  ошибок  $n$ , полученных на независимом материале прогнозов, статистическая оценка его погрешности  $\sqrt{V}$  определяется формулой:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i)^2}. \quad (1)$$

Для краткосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов, ежедневно выпускаемых на протяжении всего года или определенной фазы водного режима, такой ряд может быть получен в ходе оперативных испытаний методики прогнозирования в течение одного-двух лет. Для долгосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов, выпускаемых один раз в год, такой ряд может быть получен только на основе использования методики прогнозирования в течение многолетнего периода. При отсутствии такого ряда погрешность методики можно оценивать, используя процедуру скользящего контроля, процедуру выбрасываемой точки («складного ножа») или ограничиться проверкой методики на зависимом материале, воспользовавшись теоретической формулой, в которой учитывается соотношение между длиной обучающей выборки и числом калибруемых параметров модели или оцениваемых параметров физико-статистической зависимости [2].

### Коррекция прогнозов методом линейной регрессии

Если проверка методики по обучающей выборке показала, что среднее значение ошибки прогноза  $Y - \tilde{Y}$  статистически достоверно отличается от нуля на величину  $\bar{\delta}$ , то простейший вариант коррекции состоит в устранении систематической ошибки прогнозов путем их увеличения на эту величину. В данном случае коррекция состоит в переходе от значений  $\tilde{Y}$  к значениям  $\tilde{Y}_c = \tilde{Y} + \bar{\delta}$ .

В качестве более эффективного средства рекомендуется метод линейной регрессии, в котором учитываются полученные на основе обучающей выборки стандартные статистические оценки математического ожидания  $m(Y)$  и среднеквадратического отклонения  $\sigma(Y)$  прогнозируемой величины  $Y$ , аналогичные оценки  $m(\tilde{Y})$  и  $\sigma(\tilde{Y})$  для ее прогноза  $\tilde{Y}$  и оценка коэффициента корреляции  $R$  между величинами  $Y$  и  $\tilde{Y}$ . Скорректированный прогноз определяется в виде:

$$\tilde{Y}_C = m(Y) + R \frac{\sigma(Y)}{\sigma(\tilde{Y})} [\tilde{Y} - m(\tilde{Y})]. \quad (2)$$

Данное выражение представляет известную в математической статистике формулу линейной регрессии [4].

Скорректированный по формуле (2) прогноз  $\tilde{Y}_C$  имеет такое же среднее значение  $m(Y)$ , что и прогнозируемая величина. Следовательно, данный метод коррекции позволяет устранить возможную систематическую ошибку прогноза.

Среднеквадратическое отклонение  $\sigma(\tilde{Y}_C)$  скорректированного прогноза равно  $R\sigma(Y)$ , т. е. оно всегда несколько меньше, чем у прогнозируемой величины. Следовательно, амплитуда вероятных колебаний скорректированного прогноза  $\tilde{Y}_C$  меньше, чем у прогнозируемой величины  $Y$ . Ее предсказуемость с помощью корректируемой методики характеризуется коэффициентом  $R$ . С ростом предсказуемости рассматриваемой гидрологической характеристики этот коэффициент приближается к единице. При этом среднеквадратическое отклонение  $R\sigma(Y)$  скорректированного прогноза и амплитуда его вероятных колебаний будут приближаться к среднеквадратическому отклонению  $\sigma(Y)$  и амплитуде вероятных колебаний прогнозируемой величины. Таким образом реализуется выдвинутая лауреатом Нобелевской премии Д. Канеманом идея о том, что чем выше предсказуемость, тем шире должен быть диапазон прогнозов, а в идеальном случае он должен совпасть с диапазоном прогнозируемой величины [12].

Использование предлагаемого варианта коррекции прогнозов позволяет снизить их погрешность. Рассчитанная по аналогии с величиной  $S$  среднеквадратическая погрешность  $S_C$  скорректированного прогноза  $\tilde{Y}_C$  может выражаться формулой:

$$S_C = S\sqrt{1 - R^2}. \quad (3)$$

Формула (3) показывает, что предлагаемый вариант коррекции всегда снижает погрешность методики прогнозирования, и этот эффект усиливается по мере роста коэффициента корреляции  $R$  между прогнозируемой величиной  $Y$  и ее прогнозом  $\tilde{Y}$ .

#### *Пример 1.*

В целях прогнозирования ежедневных расходов воды для рек бассейна Оки в течение всего года с заблаговременностью  $\Delta t = 3$  сут использована разработанная в Республике Корея концептуальная модель формирования стока DWAT (Dynamic Water Resources Assessment Tool) [13]. Калибровка модели выполнена по данным гидрометеорологических

наблюдений за период с 2010 по 2015 г., за исключением данных 2013 г., которые использованы для проверки методики на независимом материале и получения оценки по формуле (1) при  $n = 365$ . Результаты применения коррекции прогнозов по формуле (2) помещены в таблице.

**Таблица.** Коррекция прогноза расходов воды для рек бассейна Оки  
**Table.** Correction of the forecast of water discharge for the Oka basin rivers

Река	Пост	$R$	$S$ , м <sup>3</sup> /с	$S_C$ , м <sup>3</sup> /с
Упа	с. Орлово	0,84	69,2	51,2
Жиздра	г. Козельск	0,80	74,2	58,5
Угра	с. Товарково	0,83	232	188
Ока	г. Калуга	0,93	316	205

Приведенные данные показывают, что коррекция методом линейной регрессии позволяет снизить погрешность прогноза на 19–35 %. Столь значительное уточнение методики прогнозирования обусловлено, прежде всего, устранением значительных систематических ошибок, допускавшихся при прогнозировании расходов воды с помощью модели DWAT.

### Коррекция прогнозов методом их частичного осреднения

В отечественной практике гидрологического прогнозирования применяется правило: если рассчитанная по формуле (1) среднеквадратическая погрешность проверяемой методики  $S$  превышает стандартное отклонение прогнозируемой величины  $\sigma(Y)$ , то используется климатический прогноз. В этом случае прогноз гидрологической характеристики  $Y$  определяется только ее нормой – оценкой математического ожидания  $m(Y)$ , рассчитанной по ряду всех  $N$  ее наблюдавшихся значений, входящих в обучающую выборку [5, 6]. С учетом статистической погрешности оценки  $m(Y)$  среднеквадратическая погрешность климатического прогноза равна  $\sigma(Y)\sqrt{N+1}/\sqrt{N}$  [5].

Предлагаемый вариант коррекции прогнозов отчасти использует данное правило. Отличие состоит в том, что при определенных условиях рекомендуется использовать среднее значение прогнозируемой величины  $Y$  только в пределах некоторого промежутка значений прогноза  $\tilde{Y}$ .

Как и любой другой метод коррекции, он основан на статистическом анализе ряда  $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$  значений прогнозируемой величины и ее прогнозов, полученных на независимом материале. Весь диапазон возможных значений прогноза разбивается на  $k$  промежутков (полуинтервалов)  $I_1, \dots, I_k$  таким образом, чтобы число  $n_i$  членов ряда  $\tilde{Y}_1, \dots, \tilde{Y}_n$ , попавших в промежуток с номером  $i$ , было бы не менее 8–10 [4].

Для каждого промежутка должны быть получены среднее арифметическое  $m_i(Y)$  и оценка стандартного отклонения  $\sigma_i(Y)$  фактических значений прогнозируемой величины, прогнозы которых попали в данный промежуток. С использованием формулы (1) для каждого промежутка должна быть рассчитана среднеквадратическая погрешность прогноза  $S_i$ . Для общей погрешности прогноза  $S$  и величин  $S_1, \dots, S_k$  справедливо соотношение:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i S_i^2. \quad (4)$$

Предлагаемый вариант коррекции прогнозов методом их частичного осреднения основан на следующем правиле.

1. Скорректированный прогноз  $\tilde{Y}_C$  принимается равным прогнозу  $\tilde{Y}$ , если последний попадает в промежуток  $I_i$  и при этом среднеквадратическая погрешность прогноза  $S_i$  не превышает погрешность климатического прогноза  $\sigma_i(Y)\sqrt{n_i+1}/\sqrt{n_i}$  для данного промежутка.

2. Скорректированный прогноз  $\tilde{Y}_C$  принимается равным среднему арифметическому  $m_i(Y)$ , если прогноз  $\tilde{Y}$  попадает в промежуток  $I_i$  и при этом среднеквадратическая погрешность прогноза  $S_i$  превышает погрешность климатического прогноза  $\sigma_i(Y)\sqrt{n_i+1}/\sqrt{n_i}$  для данного промежутка.

Данное правило может быть выражено следующей формулой:

$$\tilde{Y}_C = \begin{cases} \tilde{Y}, & \text{если } \tilde{Y} \in I_i \text{ и } S_i \leq \sigma_i(Y)\sqrt{n_i+1}/\sqrt{n_i}, \\ m_i(Y), & \text{если } \tilde{Y} \in I_i \text{ и } S_i > \sigma_i(Y)\sqrt{n_i+1}/\sqrt{n_i}. \end{cases} \quad (5)$$

В первой ситуации при попадании  $\tilde{Y}$  в промежуток  $I_i$  погрешность скорректированного прогноза равна  $S_i$ .

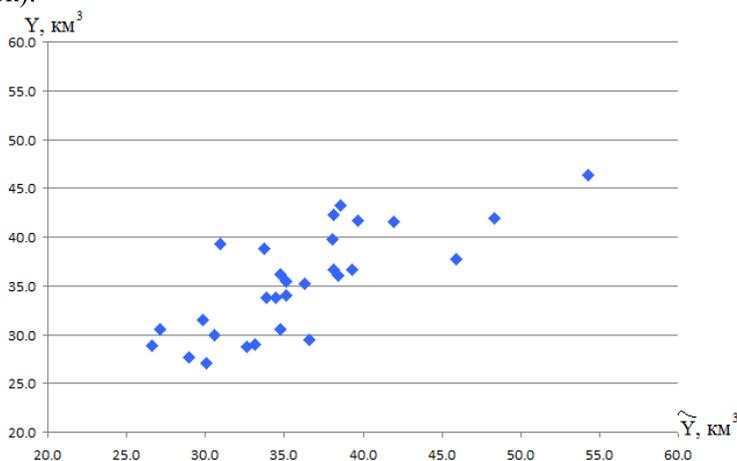
Во второй ситуации при попадании  $\tilde{Y}$  в промежуток  $I_i$  погрешность скорректированного прогноза равна  $\sigma_i(Y)\sqrt{n_i+1}/\sqrt{n_i}$  и будет меньше величины  $S_i$ .

Из формулы (4) следует, что погрешность  $S_C$  скорректированного прогноза не превышает погрешность  $S$  рассматриваемой методики. Причем равенство  $S_C = S$  достигается в ситуации, когда скорректированный прогноз совпадает с первоначальным.

Как правило, переход от прогноза, получаемого по рассматриваемой методике, к  $\tilde{Y}$  осредненному значению  $m_i(Y)$  происходит на крайних

промежутках  $I_1$  и  $I_k$  или на одном из них. При этом диапазон значений скорректированных прогнозов становится меньше, чем у прогнозов по уточняемой методике. Таким образом, предлагаемый метод коррекции также реализует идею о целесообразности сокращения амплитуды прогнозных значений в условиях их неполной достоверности.

Процедуру коррекции прогнозов путем их частичного осреднения облегчает анализ коррелограммы, представляющей зависимость между фактическими значениями  $Y_j$  и их прогнозами  $\tilde{Y}_j$  при  $j = 1, \dots, n$  (рисунок).



**Рис.** Коррелограмма зависимости между фактическими значениями объемов притока воды в Камское водохранилище за второй квартал и их прогнозами.

**Fig.** Correlogram of the relationship between the actual values of water inflow into the Kama reservoir for the second quarter and their forecasts.

### Пример 2.

В целях ежегодного долгосрочного прогнозирования объема притока воды в Камское водохранилище за второй квартал использована разработанная в Гидрометцентре России методика, основанная на линейной зависимости этого объема от осредненных по водосбору водохранилища максимальных запасов воды в снежном покрове. Методика получена на основе данных наблюдений за период с 1990 по 2018 год.

Для методик, основанных на линейных статистических зависимостях прогнозируемой величины от используемых предикторов или каких-либо функций от этих предикторов, коррекция методом линейной регрессии теряет необходимость, так как скорректированные таким образом прогнозы совпадают с исходными.

Коррелограмма зависимости между фактическими значениями объемов притока и их прогнозами представлена на рисунке.

Рассчитанный по формуле (1) показатель  $S$  равен  $4,00 \text{ км}^3$ . Так как в данном случае проверка методики выполнена на зависимом материале, использована рекомендуемая в работе [2] теоретическая формула, которая устраняет занижение погрешности прогноза путем учета соотношения между числом проверочных прогнозов (29) и числом параметров прогностической зависимости (2). В результате среднеквадратическая погрешность прогноза оценивается как  $\sqrt{V} = 1,065 S = 4,26 \text{ км}^3$ . В последующем анализе величины  $S$  и  $S_i$  следует заменять величинами  $\sqrt{V}$  и  $\sqrt{V_i}$ .

Перебор различных вариантов привел к выводу о целесообразности разбиения диапазона значений прогноза на два промежутка ( $k = 2$ ), с выделением прогнозов, которые не превышают  $38 \text{ км}^3$ , и прогнозов, которые превышают это значение. Количество прогнозов, попадающих в эти промежутки, составляет  $n_1 = 18$  и  $n_2 = 11$ .

Среднеквадратическая погрешность прогнозов в первом промежутке равна  $\sqrt{V_1} = 3,84 \text{ км}^3$ . Она оказалась меньше величины  $\sigma_1(Y)\sqrt{n_1+1}/\sqrt{n_1} = 4,10 \text{ км}^3$ , поэтому в первом промежутке коррекция прогнозов нецелесообразна.

Среднеквадратическая погрешность прогнозов во втором промежутке равна  $\sqrt{V_2} = 4,42 \text{ км}^3$ . Она оказалась больше величины  $\sigma_2(Y)\sqrt{n_2+1}/\sqrt{n_2} = 3,42 \text{ км}^3$ , поэтому во втором промежутке прогноз следует заменять величиной  $m_2(Y) = 40,3 \text{ км}^3$ .

Правило коррекции в данном случае описывается формулой:

$$\tilde{Y}_C = \begin{cases} \tilde{Y}, & \text{если } \tilde{Y} \leq 38, \\ 40,3, & \text{если } \tilde{Y} > 38. \end{cases} \quad (6)$$

Среднеквадратическая погрешность скорректированного таким образом прогноза оказалась равной  $\sqrt{V_C} = 3,68 \text{ км}^3$ . Таким образом, коррекция прогнозов объема притока воды в Камское водохранилище за второй квартал методом их частичного осреднения позволила снизить погрешность прогнозирования на 13,6 %. Предложенный в [2] критерий показал статистическую достоверность такого снижения погрешности прогнозов за счет их коррекции.

### **Коррекция прогнозов методом учета автокорреляции их ошибок**

Данный метод широко применяется в отечественной и мировой практике в целях коррекции краткосрочных прогнозов речного стока с заблаговременностью  $\Delta t \leq 5$  сут, которые выпускаются ежедневно на протяжении всего года или определенной фазы водного режима [3, 7, 10, 15]. Идея

метода состоит в том, что если к дате  $t - \Delta t$  составления прогноза известные результаты прогнозирования демонстрируют завышение или, наоборот, занижение фактических значений, то составляемый прогноз целесообразно уменьшить или, соответственно, увеличить. Обоснованность такого приема возрастает, если ошибки предшествующих дате  $t - \Delta t$  прогнозов образуют серию отрицательных или положительных значений. Применимость данного подхода обусловлена тем, что если краткосрочные прогнозы характеристики речного стока составляются по одной методике для близких сроков, то для их ошибок, как правило, характерна высокая корреляция [7, 15].

В основе рассматриваемого метода коррекции лежит предположение о том, что в течение достаточно продолжительного периода (месяца, фазы водного режима или всего года) последовательность ошибок  $\delta = Y - \tilde{Y}$  ежедневных прогнозов по рассматриваемой методике описывается моделью стационарного процесса авторегрессии порядка  $l$  с нулевым математическим ожиданием. Для обеспечения последнего свойства систематическая ошибка прогнозов должна быть предварительно устранена описанным выше способом.

Такой процесс полностью описывается автокорреляционной функцией  $r(\tau)$ , которая задает коэффициент корреляции между ошибками прогноза  $\delta(t)$  и  $\delta(t - \tau)$  для всех целых значений  $\tau$ . В рамках данной модели ошибка прогноза  $\delta(t) = Y(t) - \tilde{Y}(t)$  может предсказываться по формуле:

$$\tilde{\delta}(t) = \sum_{i=1}^l a_i \delta(t - \Delta t - i + \lambda). \quad (7)$$

Параметр  $\lambda$  равен 1, если при составлении прогноза для даты  $t$  уже известна ошибка прогноза  $\delta(t - \Delta t)$ . Параметр  $\lambda$  равен 0 в противном случае, когда известна только ошибка  $\delta(t - \Delta t - 1)$ . Остальные параметры формулы (7) определяются системой уравнений Юла – Уолкера при заданной автокорреляционной функции  $r(\tau)$ , которая подлежит статистической оценке по ряду проверочных прогнозов. Точность прогноза ошибки  $\delta(t)$  определяется множественным коэффициентом корреляции  $R_l$  между этой величиной и входящими в формулу (7) известными к дате  $t - \Delta t$  ошибками прогноза  $\delta(t - \Delta t - 1 + \lambda), \dots, \delta(t - \Delta t - l + \lambda)$  [1, 8]. Знак величины  $\tilde{\delta}(t)$  определяется преобладанием положительных или отрицательных значений среди этих ошибок. Следовательно, эта величина будет положительной, если близкие к дате  $t - \Delta t$  прогнозы были в основном заниженными, и отрицательной, если они были в основном завышенными.

Скорректированный прогноз на дату  $t$  определяется формулой:

$$\tilde{Y}_c(t) = \tilde{Y}(t) + \tilde{\delta}(t). \quad (8)$$

Среднеквадратическая погрешность скорректированного прогноза равна

$$S_C = S\sqrt{1 - R_l^2}. \quad (9)$$

Формула (9) показывает, что чем выше корреляция между ошибками прогноза для близких сроков, тем эффективнее данный метод коррекции. С ростом порядка модели авторегрессии  $l$  коэффициент  $R_l$  возрастает, однако при этом увеличивается и число подлежащих оценке параметров модели. Оптимальный порядок модели определяется с помощью критерия Акаике, в котором учитывается не только коэффициент  $R_l$ , но и соотношение между числом  $l$  оцениваемых параметров модели и длиной ряда, по которому оценивается автокорреляционная функция  $r(\tau)$  [1, 8].

### Пример 3.

В целях прогнозирования ежедневных расходов воды реки Коса (правый приток Камы) у с. Коса в течение всего года с заблаговременностью  $\Delta t = 1$  сут использована шведская концептуальная модель формирования стока HBV [9]. Получаемые с помощью модели прогнозы предварительно корректировались описанным выше методом линейной регрессии в целях устранения систематической ошибки и уменьшения диапазона их значений. Для калибровки модели и оценки параметров формулы (2) использованы данные гидрометеорологических наблюдений за период с 2008 по 2016 г. Данные за 2017 г. использованы для проверки методики на независимом материале. Рассчитанная для этого года по формуле (1) при  $n = 365$  среднеквадратическая погрешность прогноза равна  $S = 33,2$  м<sup>3</sup>/с.

При составлении прогноза для даты  $t$  результат прогноза на дату  $t - 1$  был уже известен, поэтому параметр  $\lambda$  в формуле (7) принят равным единице. На основе результата применения критерия Акаике для описания последовательности ошибок ежедневных прогнозов использована модель стационарного процесса авторегрессии первого порядка. Для такой модели единственный параметр  $a_1$  в формуле (7) равен коэффициенту корреляции  $r(1)$  между ошибками прогноза для соседних суток, который совпадает с коэффициентом  $R_l$  в формуле (9). В рассматриваемом случае этот коэффициент равен  $r(1) = 0,973$ .

С учетом формулы (8) и формулы (7) при  $\lambda = 1$ ,  $l = 1$  и  $\Delta t = 1$  коррекция прогнозов выполнялась следующим образом:

$$\tilde{Y}_C(t) = \tilde{Y}(t) + r(1)[Y(t-1) - \tilde{Y}(t-1)]. \quad (10)$$

Рассчитанная по формуле (9) среднеквадратическая погрешность скорректированных прогнозов равна  $S_C = 7,73$  м<sup>3</sup>/с. Таким образом,

за счет высокой корреляции между ошибками ежедневного прогноза расходов воды р. Коса с заблаговременностью одни сутки коррекция на основе учета автокорреляции этих ошибок позволила снизить погрешность методики в 4,3 раза.

### Заключение

Наряду с развитием сети гидрометеорологических наблюдений и совершенствованием методов прогнозирования гидрологических характеристик дополнительная коррекция прогнозов является эффективным средством повышения их точности, не требуя при этом значительных затрат времени и средств. Рассмотренные в данной статье три варианта такой коррекции преследуют одну и ту же цель, но принципиально отличаются друг от друга.

Первый предлагаемый вариант коррекции использует уравнение линейной регрессии. Он устраняет систематическую ошибку прогнозов, и частично снижает диапазон их изменчивости. Эффективность этого метода зависит от степени корреляции между фактическими значениями гидрологической характеристиками и их прогнозами. Данный метод может быть рекомендован для коррекции любых видов гидрологических прогнозов.

Второй предлагаемый вариант коррекции предусматривает разбиение области возможных значений прогнозов на несколько промежутков и замену прогнозов средними значениями прогнозируемой характеристики для некоторых, прежде всего крайних промежутков. Этот вариант оправданно снижает диапазон изменчивости прогнозов и может быть рекомендован в ситуациях, когда практическая применимость корректируемой методики прогнозирования недостаточна или вызывает сомнения.

В отличие от двух предыдущих, третий вариант коррекции широко применяется в практике гидрологического прогнозирования. Он использует модель авторегрессии для описания последовательности ошибок ежедневных прогнозов и может быть весьма эффективным при высокой автокорреляции таких последовательностей. Этот вариант коррекции может быть рекомендован для повышения точности ежедневно выпускаемых краткосрочных прогнозов характеристик речного стока.

Приведенные в статье примеры использования предложенных и рассмотренных вариантов коррекции для повышения точности краткосрочного и долгосрочного прогнозирования речного стока по различным методикам демонстрируют их достаточно высокую эффективность.

### Список литературы

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Кн. 1 // Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 406 с.
2. Борц С.В., Христофоров А.В. Оценка качества прогнозов речного стока // Труды Гидрометцентра России. 2015. Спец. вып. 355. 198 с.

3. Борщ С.В., Симонов Ю.А., Христофоров А.В. Система прогнозирования паводков и раннего оповещения о наводнениях на реках Черноморского побережья Кавказа и бассейна Кубани // Труды Гидрометцентра России. 2015. Спец. вып. 356. 247 с.
4. Борщ С.В., Христофоров А.В., Юмина Н.М. Статистический анализ в гидрологических прогнозах. М.: Гидрометцентр России, 2018. 160 с.
5. Наставление по службе прогнозов. Раздел 3. Часть III. Прогнозы режима вод суши. – Л.: Гидрометеиздат, 1962. 193 с.
6. РД 52.27.284-91. Методические указания. Проведение производственных (оперативных) испытаний новых и усовершенствованных методов гидрометеорологических и гелиогеофизических прогнозов. 150 с.
7. Руководство по гидрологическим прогнозам. Вып. 2. Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 245 с.
8. Христофоров А.В. Теория случайных процессов в гидрологии. М.: Изд-во МГУ, 1994. 139 с.
9. Bergstrom S. The HBV model – its structure and applications // SMHI Hydrology. 1992. RH No.4. Norrköping, Sweden. 35 p.
10. Goswami M., Connor K.M., Dhatarai K.P., Shamseldin A.Y. Assessing and performance of eight real-time updating models and procedures for the Brosna River // Hydrology and Earth System Sciences. 2005. Vol. 9, no. (4). P. 394-411.
11. Guide to Hydrological Practices. Volume II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices // WMO-No. 168. Geneva, 2009. 738 p.
12. Kahneman D., Tversky A. Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases // Science. 1974. No. 4157. P. 1124-1131.
13. Kim S., Jang Ch., Kim H., JO Hs., Kim Hr. DWAT – User’s Manual V1.0. Han River Flood Control Office, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology (KICT), 2018. 111 p.
14. Management Overview of Flood forecasting Systems (MOFFS): Version 3. Geneva: HWR, 1995. 26 p.
15. Manual on Flood Forecasting and Warning // WMO-No. 1072. Geneva, 2011. 138 p.

### References

1. Box G.E.P., Jenkins G.M. Analiz vremennyh ryadov, prognoz i upravlenie [Time Series Analysis: Forecasting and Control.]. Moscow, Mir publ., 1974, 406 p. [in Russ.]. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day publ., 1970, 553 p.
2. Borsch S.V., Khristoforov A.V. Hydrologic flow forecast verification. *Trudy Gidromettsentra Rossii [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia]*, 2015, vol. 355, 198 p. [in Russ.].
3. Borsch S.V., Simonov Y.A., Khristoforov A.V. Flood forecasting and early warning system for rivers of the Black sea shore of Caucasian region and the Kuban river basin. *Trudy Gidromettsentra Rossii [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia]*, Special issue, 2015, vol. 356, 247 p. [in Russ.].
4. Borsch S.V., Khristoforov A.V., Yumina N.M. Statisticheskii analiz v gidrologicheskikh prognozakh. Moscow, Gidrometcentr Rossii [*Hydrometcentr of Russia*], 2018, p. 160 [in Russ.].
5. Nastavlenie po sluzhbe prognozov. Razdel 3. Part 1. Prognozy rezhima vod sushi. Leningrad, Gidrometeoizdat publ., 1962, 193 p. [in Russ.].
6. RD 52.27.284-91. Metodicheskie ukazaniya. Provedenie proizvodstvennyh (operativnyh) ispytaniy novykh i usovershenstvovannykh metodov gidrometeorologicheskikh i geliogeofizicheskikh prognozov. 150 p. [in Russ.].
7. *Rukovodstvo po gidrologicheskim prognozam. Vyp. 2. Kраткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках.* Leningrad, Gidrometeoizdat publ., 1989, 245 p. [in Russ.].
8. Khristoforov A.V. Teoriya sluchaynykh processov v gidrologii. Moscow, MSU publ., 1994, 139 p. [in Russ.].
9. Bergstrom S. The HBV model – its structure and applications. SMHI Hydrology, Norrköping, Sweden, 1992, RH, no. 4, 35 p.

10. Goswami M., Connor K.M., Dhatarai K.P., Shamseldin A.Y. Assessing and performance of eight real-time updating models and procedures for the Brosna River. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2005, vol. 9, no. 4, pp. 394-411.
11. *Guide to Hydrological Practices*. Vol. II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices. WMO-No 168, 2009, 738 p.
12. Kahneman D., Tversky A. Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*. 1974, no. 4157, pp. 1124-1131.
13. Kim S., Jang Ch., Kim H., JO Hs., Kim Hr. DWAT – User’s Manual V1.0. Han River Flood Control Office, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology (KICT), 2018, 111 p.
14. Management Overview of Flood forecasting Systems (MOFFS). Version 3. Geneva, HWR, 1995, 26 p.
15. Manual on Flood Forecasting and Warning // WMO-No. 1072. WMO, Geneva, 2011, 138 p.

*Поступила в редакцию 29.01.2020 г.*

*Received by the editor 29.01.2020.*